

En este capítulo...

- 3.1 Introducción
- 3.2 Modelo general para una línea eléctrica
- 3.3 Línea sin pérdidas
- 3.4 Modelos aproximados de líneas eléctricas
- 3.5 Funcionamiento de líneas eléctricas en régimen permanente
- 3.6 Compensación de reactiva de líneas eléctricas
- 3.7 Otras consideraciones sobre el funcionamiento en régimen permanente

**Elementos fundamentales
de los sistemas
de energía eléctrica.
Líneas eléctricas**

3.1 INTRODUCCIÓN

Una línea eléctrica trifásica en régimen permanente equilibrado (estacionario sinusoidal) a una frecuencia industrial determinada se puede considerar, en principio, como un elemento analizable de forma aproximada mediante circuitos de parámetros distribuidos utilizando la teoría de circuitos lineales.

En una línea eléctrica las tensiones y las intensidades instantáneas dependen, además de la variable tiempo, de la localización considerada en la línea, es decir, de la distancia a cualquiera de los extremos de la misma.

En este contexto, bajo ciertas condiciones de simetría, los fasores de tensión (tensiones de fase) y de intensidad en una posición dada de la línea pueden ser calculados en función de los fasores de tensión y de intensidad en un extremo de la línea y en función de las constantes distribuidas de la línea, las cuales son a su vez función de los parámetros eléctricos distribuidos por unidad de longitud de la línea (resistencia por unidad de longitud, reactancia por unidad de longitud, capacidad por unidad de longitud, siendo aquí habitualmente considerada nula la conductancia por unidad de longitud).

En consecuencia, el circuito equivalente principal para representar las relaciones entre las tensiones e intensidades en los extremos de la línea es un cuadripolo π (π -equivalente) existiendo otros circuitos aproximados (para representar dichas relaciones en líneas eléctricamente «más cortas»).

El caso de la línea sin pérdidas es una simplificación que permite calcular con facilidad su comportamiento en régimen permanente. Cuando la línea está alimentando una carga igual a su impedancia característica, se dice que suministra la potencia característica o natural, con lo que se alcanza un «perfil de tensiones plano» a lo largo de la línea. Para potencias de la carga superiores a la potencia característica, la tensión en el extremo «emisor» de la línea es superior a la del extremo «receptor» de la misma; para potencias inferiores ocurre lo contrario.

Para un caso general (línea con pérdidas) la potencia activa máxima que se puede suministrar en el extremo «receptor» (o «destino») de la línea es aproximadamente proporcional al cuadrado de la tensión e inversamente proporcional al módulo del parámetro \bar{B} de la matriz de transmisión (es decir, es de forma aproximada, inversamente proporcional a la longitud de la línea): a igualdad de características, las líneas de longitudes más largas pueden suministrar menores potencias.

El comportamiento de las líneas eléctricamente «largas» o «medias» se puede mejorar mediante la compensación serie (que habitualmente da lugar a la mejora de caídas de tensión en situación de plena carga, y a una mejora de la capacidad máxima de transporte de potencia de la línea). Igualmente se puede mejorar su comportamiento mediante la compensación paralelo (que suele tener efectos de mejora de tensión en el extremo «receptor» en funcionamiento «en vacío» o con «poca» carga, y en la mejora de la regulación de tensión de la línea).

En régimen permanente (estacionario sinusoidal), bajo ciertas condiciones de simetría, se puede llegar a obtener una representación del sistema de energía eléctrica utilizando los circuitos de secuencia directa (en por unidad) de los elementos que lo componen, incluyendo los circuitos equivalentes de las líneas en por unidad (representación del sistema mediante su red de secuencia directa). Para casos relativamente sencillos, en las anteriores condiciones descritas, en ocasiones puede ser suficiente utilizar tales circuitos de secuencia para obtener los resultados buscados.

En este capítulo comenzamos exponiendo el modelo general de una línea eléctrica en régimen permanente, el caso de la línea sin pérdidas y los modelos aproximados de la línea; continuamos describiendo características del funcionamiento de la línea y las formas de compensación de potencia reactiva en la misma; y finalizamos comentando otras consideraciones sobre el funcionamiento en régimen permanente de sistemas en los que se integran líneas eléctricas.

3.2 MODELO GENERAL PARA UNA LÍNEA ELÉCTRICA

Las líneas eléctricas trifásicas en régimen permanente (con simetría) pueden ser representadas en situaciones equilibradas mediante modelos sencillos (circuitos de secuencia directa) considerados como cuadripolos. En este capítulo se considerarán las líneas en este contexto. Comenzaremos con el caso de la línea analizada mediante representación de circuitos lineales de parámetros distribuidos.

Consideremos una línea con parámetros de resistencia R por unidad de longitud, inductancia L por unidad de longitud, capacidad C por unidad de longitud, conductancia G por unidad de longitud (de secuencia directa) y la propia longitud l de la línea. Asimismo definiremos:

la impedancia-serie: $\bar{z} = R + j\omega L$ (Ω /unidad de longitud) (3.1)

la admitancia-paralelo: $\bar{y} = G + j\omega C$ (Ω^{-1} /unidad de longitud) (3.2)

la impedancia-serie total: $\bar{Z} = \bar{z}l = Rl + j\omega Ll$ (Ω) (3.3)

la admitancia-paralelo total: $\bar{Y} = \bar{y}l = Gl + j\omega Cl$ (Ω^{-1}) (3.4)

la impedancia característica: $\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{z}}{\bar{y}}} = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}}$ (Ω) (3.5)

la constante de propagación: $\bar{\gamma} = \sqrt{\bar{z}\bar{y}} = \alpha + j\beta$ (unidad de longitud) $^{-1}$ (3.6)

En la Figura 3.1 se incluye un circuito de representación de la línea (representación por fase), en régimen estacionario sinusoidal, donde el extremo «emisor» de la línea corresponde a $x = 0$ y el extremo «receptor» a $x = l$, (denominados también, respectivamente, extremo «origen» y extremo «final» en el Capítulo 6). Si consideramos en la Figura 3.1 a la distancia x un elemento de longitud dx , se llegan a obtener las ecuaciones diferenciales (3.7).

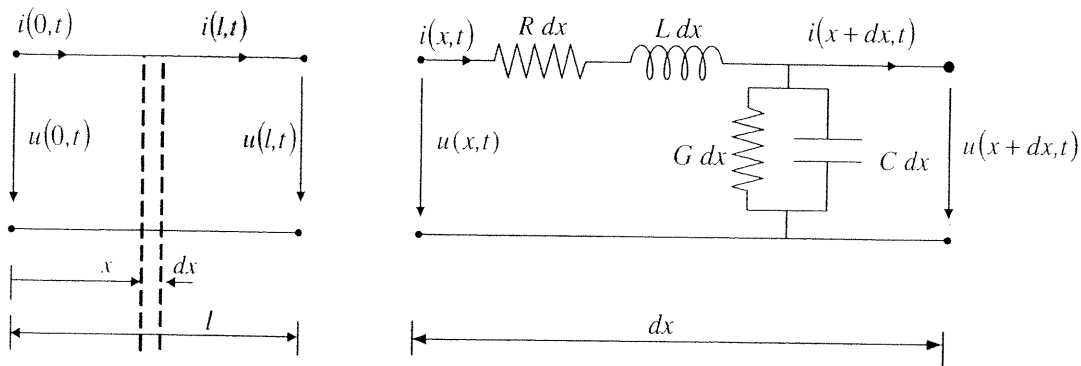


Figura 3.1. Representación de la línea

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} &= -Ri(x,t) - L \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} \\ \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} &= -Gu(x,t) - C \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.7)$$

En régimen estacionario sinusoidal, las ecuaciones corresponden a las indicadas en (3.8) o en (3.9).

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{U}(x)}{dx} &= -(R + j\omega L)\bar{I}(x) \\ \frac{d\bar{I}(x)}{dx} &= -(G + j\omega C)\bar{U}(x) \end{aligned} \quad (3.8)$$

o bien

$$\begin{aligned} \frac{d^2\bar{U}(x)}{dx^2} &= (\bar{\gamma})^2 \bar{U}(x) \\ \frac{d^2\bar{I}(x)}{dx^2} &= (\bar{\gamma})^2 \bar{I}(x) \end{aligned} \quad (3.9)$$

donde $\bar{U}(x)$ representa la tensión de fase e $\bar{I}(x)$ representa la intensidad a la distancia x del extremo «emisor» de la línea en régimen permanente equilibrado (con simetría).

La solución de las ecuaciones (3.8) es:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}(x) \\ \bar{I}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\bar{\gamma}(l-x)) & \bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}(l-x)) \\ (1/\bar{Z}_c) \sinh(\bar{\gamma}(l-x)) & \cosh(\bar{\gamma}(l-x)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}(l) \\ \bar{I}(l) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

La mayoría de autores considera $G = 0$ para los estudios clásicos de líneas eléctricas trifásicas en régimen permanente (como elementos esenciales en los sistemas de energía eléctrica) y así lo consideraremos en esta obra.

Si denominamos \bar{U}_e e \bar{I}_e a la tensión de fase y a la intensidad, respectivamente, en $x = 0$, y si denominamos \bar{U}_r e \bar{I}_r a la tensión de fase y a la intensidad, respectivamente, en $x = l$, resulta:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\bar{\gamma}l) & \bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l) \\ (1/\bar{Z}_c) \sinh(\bar{\gamma}l) & \cosh(\bar{\gamma}l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Frecuentemente, en la representación de la línea usando cuadripolos, se utilizan las expresiones (3.12).

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Por lo tanto, en el caso de la representación de la línea mediante circuitos de parámetros distribuidos, resultan las expresiones (3.13):

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \bar{D} = \cosh(\bar{\gamma}l) \\ \bar{B} &= \bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l) \\ \bar{C} &= (1/\bar{Z}_c) \sinh(\bar{\gamma}l) \end{aligned} \quad (3.13)$$

donde \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} son los parámetros de transmisión, que forman la llamada matriz de transmisión indicada en (3.14).

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Se puede comprobar que el circuito equivalente (denominado cuadripolo π -equivalente), para representar las ecuaciones (3.12) de la línea, es el que aparece en la Figura 3.2, donde se cumplen las expresiones (3.15).

$$\begin{aligned} \bar{Z}' &= \bar{B} = \bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l) = \frac{\bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l)}{(\bar{\gamma}l)} \\ \frac{\bar{Y}'}{2} &= (1/\bar{Z}')(\cosh(\bar{\gamma}l) - 1) = \frac{(1/\bar{Z}_c)(\cosh(\bar{\gamma}l) - 1)}{\sinh(\bar{\gamma}l)} = \frac{\bar{Y}}{2} \left(\frac{\operatorname{tgh}\left(\frac{\bar{\gamma}l}{2}\right)}{\left(\frac{\bar{\gamma}l}{2}\right)} \right) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Este circuito también es conocido como circuito equivalente para la línea eléctricamente «larga» (o de «longitud larga»).

En los estudios en régimen permanente equilibrado es habitual realizar cálculos de caídas de tensión a lo largo de la longitud de la línea, así como otros cálculos de la regulación de tensión y cálculos de la eficiencia.

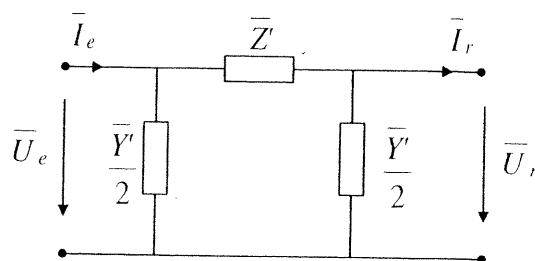


Figura 3.2. Circuito equivalente (cuadripolo π -equivalente)

Se define la regulación de tensión mediante la expresión (3.16).

$$\text{Regulación} = \frac{|\bar{U}_{r, \text{vacío}}| - |\bar{U}_{r, \text{plena carga}}|}{|\bar{U}_{r, \text{plena carga}}|} \quad (3.16)$$

que también puede ser expresable numéricamente en tanto por ciento, siendo $|\bar{U}_{r, \text{vacío}}|$ el módulo de $\bar{U}_{r, \text{vacío}}$, que es la tensión (de fase) en el extremo «receptor» en vacío; y siendo $|\bar{U}_{r, \text{plena carga}}|$ el módulo de $\bar{U}_{r, \text{plena carga}}$, que es la tensión (de fase) en el extremo «receptor» a plena carga.

La eficiencia del transporte de potencia se define mediante la expresión (3.17),

$$\eta = \frac{P_{rT}}{P_{eT}} = \frac{P_r}{P_e} = \frac{\text{Re}\{\bar{U}_r \bar{I}_r^*\}}{\text{Re}\{\bar{U}_e \bar{I}_e^*\}} \quad (3.17)$$

siendo:

- P_{rT} la potencia activa total suministrada en $x = l$ (extremo «receptor» de la línea),
- P_{eT} la potencia activa total inyectada en $x = 0$ (extremo «emisor» de la línea),
- P_r la potencia activa por fase suministrada en $x = l$ (extremo «receptor» de la línea),
- P_e la potencia activa por fase inyectada en $x = 0$ (extremo «emisor» de la línea).

3.3 LÍNEA SIN PÉRDIDAS

El caso de la línea sin pérdidas ($R = 0 = G$) es una simplificación del caso general que permite realizar, con relativa facilidad, consideraciones de interés sobre el comportamiento de la línea en régimen permanente equilibrado. Así la impedancia característica y la constante de propagación vienen definidas mediante (3.18).

$$\begin{aligned} \bar{Z}_c &= \sqrt{\frac{L}{C}} \\ \bar{\gamma} &= j\beta = j\omega\sqrt{LC} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Por tanto \bar{Z}_c tiene un valor resistivo que denominaremos R_c .

La matriz de transmisión contiene los parámetros de la expresión (3.19).

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \bar{D} = \cos(\beta l) \\ \bar{B} &= jR_c \text{sen}(\beta l) \\ \bar{C} &= j(1/R_c) \text{sen}(\beta l) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Se suele definir la potencia natural o característica como la potencia en el extremo receptor cuando la línea está alimentando a una carga igual a su impedancia característica. Así, teniendo en cuenta que, en este caso, $\bar{U}_r = R_c \bar{I}_r$, resulta que la potencia característica total es la indicada en la expresión (3.20).

$$S_c = 3|\bar{U}_r||\bar{I}_r| = \frac{3|\bar{U}_r|^2}{R_c} \quad (3.20)$$

En estas condiciones, cuando la línea alimenta a su potencia natural, el valor de la tensión (de fase) en cualquier posición x de la línea es el mismo e igual a $|\bar{U}_r|$ (habitualmente se habla de un «perfil de tensiones plano» en la línea).

Se puede comprobar que para cargas equilibradas (alimentadas por la línea trifásica, y en condiciones de simetría) con potencias mayores que la potencia característica, la tensión (de fase) en el extremo «emisor» es mayor que la tensión (de fase) en el «extremo» receptor; mientras que para cargas con potencias menores que la potencia característica, la tensión en el extremo «emisor» es menor que la tensión en el «extremo» receptor.

3.4 MODELOS APROXIMADOS DE LÍNEAS ELÉCTRICAS

Hasta ahora nos hemos referido a la línea analizada mediante circuitos de parámetros distribuidos. Si se considera una línea con valores de su longitud sucesivamente menores, es posible aproximar el circuito equivalente antes citado, denominado cuadripolo π -equivalente, por otros circuitos equivalentes de parámetros concentrados que proporcionen resultados suficientemente satisfactorios desde un punto de vista práctico. Concretamente en el caso de las denominadas líneas eléctricamente «medias» (o de «longitud media») se utiliza el circuito equivalente (denominado cuadripolo π -nominal) que aparece en la Figura 3.3.

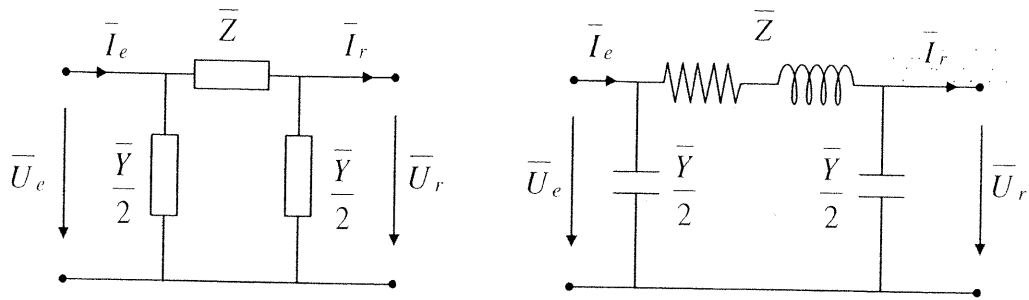


Figura 3.3. Circuito equivalente (cuadripolo π -nominal)

Obsérvese que en este caso, $\sinh(\bar{\gamma}l)/(\bar{\gamma}l)$ tiende a ser la unidad y por lo tanto \bar{Z}' tiende a ser \bar{Z} ; mientras que $\tanh(\bar{\gamma}l/2)/(\bar{\gamma}l/2)$ tiende a ser la unidad, por lo que $\bar{Y}'/2$ tiende a ser $\bar{Y}/2$.

La matriz de transmisión contiene los parámetros de la expresión (3.21).

$$\begin{aligned} \bar{A} = \bar{D} &= 1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} \\ \bar{B} &= \bar{Z} \\ \bar{C} &= \bar{Y} \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{4} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

En el caso de las denominadas líneas eléctricamente «cortas» (o de «longitud corta»), habitualmente también en niveles de tensión más reducidos, se puede omitir la representación correspondiente a la capacidad C por unidad de longitud de la línea, por lo que se suele utilizar el circuito de la Figura 3.4.

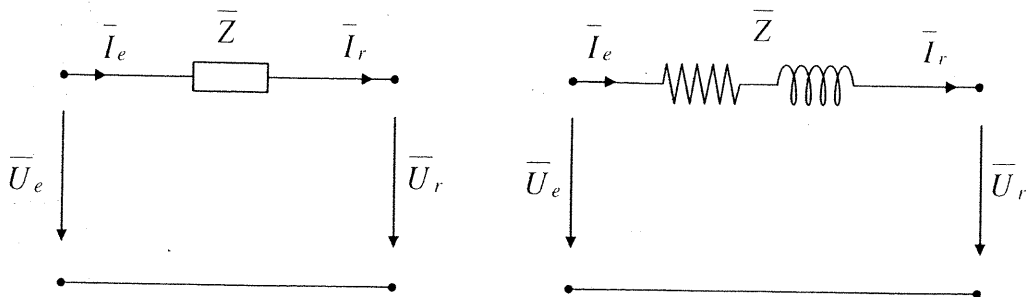


Figura 3.4. Circuito equivalente (líneas eléctricamente «cortas»)

La matriz de transmisión contiene los parámetros de la expresión (3.22).

$$\begin{aligned} \bar{A} = \bar{D} &= 1 \\ \bar{B} &= \bar{Z} \\ \bar{C} &= 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

3.5 FUNCIONAMIENTO DE LÍNEAS ELÉCTRICAS EN RÉGIMEN PERMANENTE

Como se ha dicho anteriormente, las ecuaciones (3.12) describen las relaciones entre las tensiones (de fase) y las intensidades en los extremos de la línea en régimen permanente equilibrado (con simetría). Además, incluiremos ahora algunos comentarios sobre las potencias suministradas por la línea eléctrica.

En este apartado consideraremos la representación de la línea mediante la correspondiente matriz de transmisión que contiene los parámetros \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} .

$$\bar{A} = A \angle \alpha_1, \quad \bar{B} = B \angle \beta_1, \quad \bar{U}_r = U_r \angle 0, \quad \bar{U}_e = U_e \angle \delta \quad (3.23)$$

Teniendo en cuenta las definiciones de (3.23), las potencias (por fase) activa y reactiva suministradas en el destino por la línea son las indicadas en (3.24).

$$\begin{aligned} P_r &= \left(\frac{|\bar{U}_e| |\bar{U}_r|}{B} \right) \cos(\beta_1 - \delta) - \left(\frac{A |\bar{U}_r|^2}{B} \right) \cos(\beta_1 - \alpha_1) \\ Q_r &= \left(\frac{|\bar{U}_e| |\bar{U}_r|}{B} \right) \operatorname{sen}(\beta_1 - \delta) - \left(\frac{A |\bar{U}_r|^2}{B} \right) \operatorname{sen}(\beta_1 - \alpha_1) \end{aligned} \quad (3.24)$$

El valor máximo de la potencia P_r ($P_{r, \max}$) se alcanza para $\beta_1 = \delta$ (considerando que $|\bar{U}_r|$ tiene un valor fijado y que también $|\bar{U}_e|$ está fijado).

Usualmente en un sistema de energía eléctrica, por razones técnicas, se suele limitar el valor máximo de δ a un valor $\delta_{\max p}$ ($\delta_{\max p}$ menor que β_1), por lo que el valor máximo de la potencia P_r en la práctica está limitado (para las suposiciones especificadas) por dicho valor ($\delta_{\max p}$), es decir, el valor máximo de la potencia P_r se obtiene para $\delta = \delta_{\max p}$.

En la expresión anterior (3.24) de la potencia P_r se puede observar que la misma es aproximadamente proporcional al cuadrado de las tensiones e inversamente proporcional a B , es decir, a la longitud de la línea.

3.6 COMPENSACIÓN DE REACTIVA DE LÍNEAS ELÉCTRICAS

Se puede mejorar el comportamiento de las líneas (eléctricamente «medias» y «largas») realizando una compensación adecuada de potencia reactiva mediante condensadores-serie o mediante reactancias-paralelo situadas en localizaciones seleccionadas en aquellas líneas.

En la compensación serie, se utilizan condensadores en serie en cada fase de la línea. Sean \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} , los parámetros de la matriz de transmisión de la línea sin compensación. Los condensadores tienen asociada una adecuada reactancia capacitiva X_c ($X_c < 0$). Supóngase que estos condensadores se sitúan, por ejemplo, a una distancia l_e del extremo emisor (l_r del extremo receptor, $(l_e + l_r) = l$, siendo l la longitud de la línea). Entonces, utilizando circuitos equivalentes, la matriz de transmisión resultante (con parámetros \bar{A}_{equ} , \bar{B}_{equ} , \bar{C}_{equ} , \bar{D}_{equ}) de la línea con la compensación-serie será la indicada en (3.25),

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{equ} & \bar{B}_{equ} \\ \bar{C}_{equ} & \bar{D}_{equ} \end{bmatrix}_s = \begin{bmatrix} \bar{A}_{l_e} & \bar{B}_{l_e} \\ \bar{C}_{l_e} & \bar{D}_{l_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & jX_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_{l_r} & \bar{B}_{l_r} \\ \bar{C}_{l_r} & \bar{D}_{l_r} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

donde los parámetros $\bar{A}_{l_e} = \bar{D}_{l_e}$, \bar{B}_{l_e} , \bar{C}_{l_e} se pueden calcular utilizando la longitud l_e en las expresiones (3.13); y los parámetros $\bar{A}_{l_r} = \bar{D}_{l_r}$, \bar{B}_{l_r} , \bar{C}_{l_r} se pueden calcular utilizando la longitud l_r en (3.13).

Una adecuada reactancia capacitiva X_c de los condensadores da lugar a una reducción (en el módulo) del parámetro resultante \bar{B}_{equ} (en comparación con el parámetro \bar{B} de la línea sin compensación). Los parámetros resultantes $\bar{A}_{equ} = \bar{D}_{equ}$ y \bar{C}_{equ} suelen sufrir menores variaciones (respecto a $\bar{A} = \bar{D}$, \bar{C}) en comparación a la variación asociada al parámetro \bar{B}_{equ} .

Esta reducción de \bar{B}_{equ} suele tener efectos de mejora de la caída de tensión (a plena carga) y en la mejora de la capacidad máxima de transporte de potencia de la línea.

La compensación-serie de la línea se puede realizar en una o más localizaciones de la misma (una o más compensaciones).

En la compensación-paralelo, para periodos de funcionamiento «en vacío» o con «poca» carga en la línea, se utilizan reactancias conectadas en paralelo en cada fase de la línea. Las bobinas tienen asociada una adecuada susceptancia inductiva B_L ($B_L < 0$). Supóngase que estas bobinas se sitúan, por ejemplo, en el extremo receptor de la línea. Entonces, utilizando circuitos equivalentes, la matriz de transmisión resultante de la línea, en situación de funcionamiento «en vacío» o con «poca» carga, con la compensación-paralelo, será la indicada en (3.26).

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{equ} & \bar{B}_{equ} \\ \bar{C}_{equ} & \bar{D}_{equ} \end{bmatrix}_p = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jB_L & 1 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Una adecuada susceptancia inductiva B_L de las bobinas da lugar a un incremento (en el módulo) del parámetro resultante \bar{A}_{equ} (en comparación con el parámetro \bar{A} de la línea sin compensación).

Así \bar{A}_{equ} suele tener efectos de mejora de tensión en el extremo «receptor» en funcionamiento «en vacío» o con «poca» carga, y en la mejora de la regulación de tensión de la línea.

La compensación-paralelo de la línea se puede realizar en una o más localizaciones de la misma (una o más compensaciones).

3.7 OTRAS CONSIDERACIONES SOBRE EL FUNCIONAMIENTO EN RÉGIMEN PERMANENTE

En los capítulos anteriores se ha comentado la representación de otros elementos esenciales de los sistemas de energía eléctrica (generadores y transformadores) que junto con las líneas trifásicas componen tales sistemas. Como ya se indicó en la introducción de este capítulo, en situación de régimen permanente equilibrado (estacionario sinusoidal), bajo condiciones de simetría, se puede llegar a obtener una representación del sistema de energía eléctrica utilizando los circuitos de secuencia directa (en por unidad) de los elementos señalados (red de secuencia directa que representa al sistema de energía eléctrica). Para casos relativamente sencillos, en ocasiones puede ser suficiente utilizar tales circuitos de secuencia (y la teoría de circuitos lineales en su apartado de cuadripolos) para obtener los resultados buscados. Por ejemplo, para el sistema de energía eléctrica de la Figura 3.5, (carga modelizada mediante impedancias equilibradas), utilizando los circuitos de secuencia directa en por unidad (eligiendo adecuadamente las bases de tensión y potencia) en los transformadores T1 y T2 (transformadores con índice horario cero), el generador G y la línea eléctrica (eléctricamente «media»), se podría obtener el circuito equivalente del sistema o red de secuencia directa (en por unidad) de la Figura 3.6, que podría permitir el análisis de su comportamiento en régimen permanente.

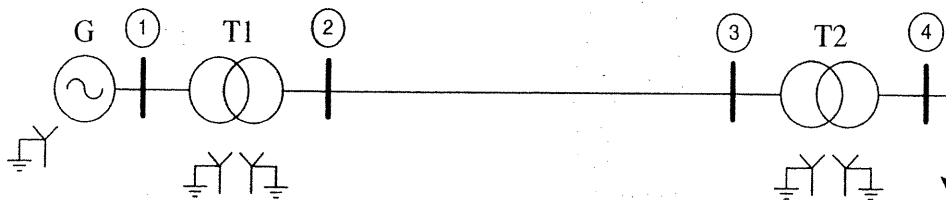


Figura 3.5. Sistema de energía eléctrica

En dicha Figura 3.6:

- \bar{E}_{Gpu} es la componente simétrica básica de secuencia directa de las tensiones en por unidad asociada al generador G,
- X_{Gpu} es la reactancia (de secuencia directa) en por unidad asociada al generador G,
- X_{T1pu} es la reactancia (de secuencia directa) en por unidad asociada al transformador T1,
- \bar{Z}_{pu} es la impedancia-serie (de secuencia directa) en por unidad del cuadripolo π -nominal asociado a la línea eléctrica,

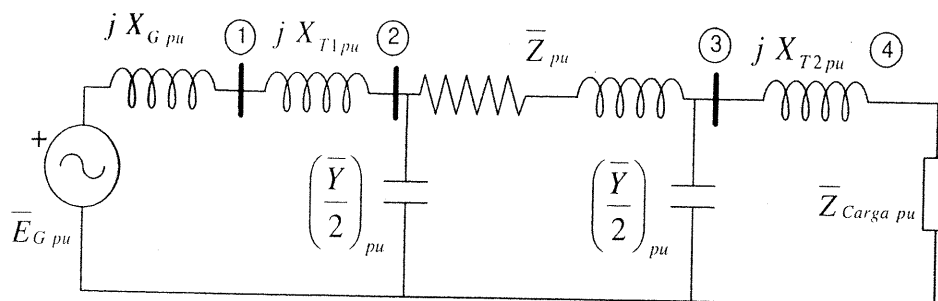


Figura 3.6. Circuito equivalente (en por unidad) del sistema

- $\left(\frac{\bar{Y}}{2}\right)_{pu}$ es la admitancia-paralelo (de secuencia directa) en por unidad del cuadripolo π -nominal asociado a la línea eléctrica,
- X_{T2pu} es la reactancia (de secuencia directa) en por unidad asociada al transformador T2,
- $\bar{Z}_{Carga pu}$ es la impedancia (de secuencia directa) en por unidad asociada a la carga trifásica equilibrada.

PROBLEMAS RESUELTOS

- 3.1 Determinar el circuito π -equivalente y la matriz de transmisión de dicho circuito que representa a la línea eléctrica trifásica cuyas características se dan a continuación:

$$\begin{aligned} \text{Resistencia } R &= 0.02555 \, \Omega/\text{km}, & \text{Conductancia } G &= 0 \, \Omega^{-1}/\text{km}, \\ \text{Inductancia } L &= 12.7097 \cdot 10^{-4} \, \text{H}/\text{km}, & \text{Longitud } l &= 400 \, \text{km}, \\ \text{Capacidad } C &= 9.16659 \cdot 10^{-9} \, \text{F}/\text{km}, & \text{Frecuencia } f &= 50 \, \text{Hz}. \end{aligned}$$

RESOLUCIÓN.

Con los datos del enunciado, la impedancia serie y la admitancia paralelo de la línea son:

$$\bar{z} = R + j\omega L = 0.02555 + j2\pi f 12.7097 \cdot 10^{-4} = 0.02555 + j0.39929 \, \Omega/\text{km}$$

$$\bar{y} = G + j\omega C = 0 + j2\pi f 9.16659 \cdot 10^{-9} = 0 + j2.8798 \cdot 10^{-6} \, \Omega^{-1}/\text{km}$$

A partir de ellas podemos obtener la impedancia característica y la constante de propagación de la línea, siendo:

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{z}}{\bar{y}}} = 372.55 - j11.907 \, \Omega$$

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\bar{z}\bar{y}} = 3.4291 \cdot 10^{-5} + j1.0729 \cdot 10^{-3} \, \text{km}^{-1}$$

Teniendo en cuenta que $l = 400 \, \text{km}$, los elementos de la matriz de transmisión para esta línea eléctrica son:

$$\bar{A} = \bar{D} = \cosh(\bar{\gamma}l) = 0.90941 + j5.7074 \cdot 10^{-3}$$

$$\bar{B} = \bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l) = 9.6018 + j154.88 \, \Omega$$

$$\bar{C} = (1/\bar{Z}_c) \sinh(\bar{\gamma}l) = -2.2188 \cdot 10^{-6} + j1.1169 \cdot 10^{-3} \, \Omega^{-1}$$

Por último, el cuadripolo π -equivalente es el indicado en la Figura 3.7, donde:

$$\bar{Z}' = \bar{B} = \bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l) = \frac{\bar{Z} \sinh(\bar{\gamma}l)}{(\bar{\gamma}l)} = 9.6018 + j154.88 \, \Omega$$

$$\frac{\bar{Y}'}{2} = \frac{\bar{Y}}{2} \left(\frac{\text{tgh}\left(\frac{\bar{\gamma}l}{2}\right)}{\left(\frac{\bar{\gamma}l}{2}\right)} \right) = 5.8642 \cdot 10^{-7} + j5.8495 \cdot 10^{-4} \, \Omega^{-1}$$

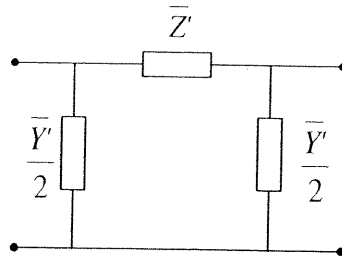


Figura 3.7. Cuadripolo π -equivalente del problema 3.1

► 3.2 Considérese una línea eléctrica trifásica de tensión nominal 380 kV ($f = 50$ Hz), con una longitud de 250 km y los siguientes parámetros por unidad de longitud:

$$\begin{aligned} \text{Resistencia } R &= 0.0298 \Omega/\text{km}, & \text{Capacidad } C &= 9.17376 \cdot 10^{-9} \text{ F/km}, \\ \text{Inductancia } L &= 12.6603 \cdot 10^{-4} \text{ H/km}, & \text{Conductancia } G &= 0 \Omega^{-1}/\text{km}. \end{aligned}$$

- Determinar la caída de tensión entre extremos de la línea y la eficiencia de la transmisión cuando la línea suministra en régimen permanente equilibrado, a una carga trifásica equilibrada, 250 MVA con un factor de potencia 0.85 inductivo a la tensión nominal.
- Calcular el valor máximo de potencia activa que puede suministrar la línea en su extremo receptor en régimen permanente, suponiendo que las tensiones en sus extremos son iguales a 380 kV.
- Si se considera una línea con los mismos parámetros R , L y C , pero de longitud 400 km, calcular de nuevo la potencia máxima en las condiciones del apartado anterior.
- Si se considera una línea con los mismos parámetros L y C pero sin pérdidas ($R \approx 0$) y longitud 250 km, calcular de nuevo la potencia máxima en las condiciones del apartado b).

RESOLUCIÓN.

Apartado a). La impedancia serie y la admitancia paralelo de esta línea serán:

$$\begin{aligned} \bar{z} &= R + j\omega L = 0.0298 + j0.39774 \Omega/\text{km} \\ \bar{y} &= G + j\omega C = 0 + j2.882 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}/\text{km} \end{aligned}$$

La impedancia característica y la constante de propagación de la línea son:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_c &= \sqrt{\frac{\bar{z}}{\bar{y}}} = 371.75 - j13.907 \Omega \\ \bar{\gamma} &= \sqrt{\bar{z}\bar{y}} = 4.0081 \cdot 10^{-5} + j1.0714 \cdot 10^{-3} \text{ km}^{-1} \end{aligned}$$

La relación de tensiones e intensidades entre el extremo emisor y el extremo receptor de la línea viene dada por:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix}$$

donde:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \bar{D} = \cosh(\bar{\gamma}l) = 0.96439 + j2.652 \cdot 10^{-3} \\ \bar{B} &= \bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l) = 7.273 + j98.257 \Omega \\ \bar{C} &= (1/\bar{Z}_c) \sinh(\bar{\gamma}l) = -6.3998 \cdot 10^{-7} + j7.1193 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1} \end{aligned}$$

En el extremo receptor hay conectada una carga trifásica equilibrada de 250 MVA con $\cos \varphi = 0.85$ inductivo y se alimenta a 380 kV. Tomando la tensión (tensión de fase) en el receptor como origen de ángulos:

$$\bar{U}_r = \frac{380 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_r = \frac{|\bar{S}_r|}{|\bar{U}_r|} \angle (-\arccos 0.85) = \frac{(250 \cdot 10^6) / 3}{(380 \cdot 10^3) / \sqrt{3}} \angle -31.788^\circ = 379.84 \angle -31.788^\circ \text{ A}$$

Por tanto:

$$\bar{U}_e = \bar{A}\bar{U}_r + \bar{B}\bar{I}_r = 233.59 \cdot 10^3 + j30.850 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$\bar{I}_e = \bar{C}\bar{U}_r + \bar{D}\bar{I}_r = 311.75 - j35.916 \text{ A}$$

En el contexto del análisis de líneas eléctricas en régimen permanente, la caída de tensión (por fase) entre extremos de la línea es:

$$\text{caída de tensión} = |\bar{U}_e| - |\bar{U}_r| = 16225 \text{ V}$$

que en tanto por ciento respecto a $|\bar{U}_r|$ resulta ser:

$$\text{caída de tensión } \% = \frac{|\bar{U}_e| - |\bar{U}_r|}{|\bar{U}_r|} 100 = 7.3952 \%$$

La eficiencia o rendimiento del transporte en tanto por ciento se calcula como:

$$\eta = \frac{P_r}{P_e} 100 = \frac{\text{Re}\{\bar{U}_r \bar{I}_r^*\}}{\text{Re}\{\bar{U}_e \bar{I}_e^*\}} 100 = 98.772 \%$$

Apartado b). El máximo valor de potencia activa (por fase) suministrada por la línea, que se obtiene para $\beta_1 = \delta$ en la ecuación (3.24), es:

$$P_{r,\text{máx}} = \left(\frac{|\bar{U}_e| |\bar{U}_r|}{B} \right) - \left(\frac{A |\bar{U}_r|^2}{B} \right) \cos(\beta_1 - \alpha_1) \quad (3.27)$$

Utilizando:

$$|\bar{U}_e| = 380 \cdot 10^3 / \sqrt{3} \text{ V}$$

$$|\bar{U}_r| = 380 \cdot 10^3 / \sqrt{3} \text{ V}$$

$$\bar{A} = A \angle \alpha_1 = 0.96439 \angle 0.15756^\circ$$

$$\bar{B} = B \angle \beta_1 = 98.526 \angle 85.767^\circ \Omega$$

se obtiene:

$$P_{r,\text{máx}} = 4.5246 \cdot 10^8 \text{ W} = 452.46 \text{ MW}$$

Por tanto el valor máximo de la potencia activa total suministrada es:

$$P_{rT,\text{máx}} = 3P_{r,\text{máx}} = 1357.4 \text{ MW}$$

Apartado c). Para una longitud de línea de 400 km ($l = 400$ km), los nuevos elementos de la matriz de transmisión del cuadripolo son:

$$\bar{A}_{400} = \bar{D}_{400} = 0.90968 + j6.6626 \cdot 10^{-3} = 0.90971 \angle 0.41963^\circ$$

$$\bar{B}_{400} = 11.201 + j154.3 = 154.71 \angle 85.848^\circ \Omega$$

$$\bar{C}_{400} = -2.5921 \cdot 10^{-6} + j1.1179 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1}$$

Sustituyendo en la ecuación (3.27), sabiendo que las condiciones de tensión en los extremos son las mismas que antes (380 kV), resulta:

$$P_{r,\text{máx}} = 2.8856 \cdot 10^8 \text{ W} = 288.56 \text{ MW}$$

$$P_{rT,\text{máx}} = 865.69 \text{ MW}$$

es decir, menores potencias que en el apartado b) como era previsible.

Apartado d). Consideramos ahora la línea ($l = 250$ km) sin pérdidas ($R \approx 0$). Los nuevos elementos de la matriz de transmisión del cuadripolo para esta línea sin pérdidas, calculando primero la impedancia

característica y la constante de propagación, son:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_c &= \sqrt{\frac{L}{C}} = R_c = 371.49 \Omega \\ \bar{\gamma} &= j\beta = j\omega\sqrt{LC} = j1.0706 \cdot 10^{-3} \text{ km}^{-1} \\ \bar{A}_{(R=0)} &= \bar{D}_{(R=0)} = \cos(\beta l) = 0.96439 = 0.96439 \angle 0^\circ \\ \bar{B}_{(R=0)} &= jR_c \text{ sen}(\beta l) = j98.251 = 98.251 \angle 90^\circ \Omega \\ \bar{C}_{(R=0)} &= j(1/R_c) \text{ sen}(\beta l) = j7.1193 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1}\end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación (3.27), y siendo las condiciones de tensión en los extremos las mismas que en apartados anteriores, obtenemos:

$$\begin{aligned}P_{r,\text{máx}} &= 4.899 \cdot 10^8 \text{ W} = 489.9 \text{ MW} \\ P_{rT,\text{máx}} &= 1469.7 \text{ MW}\end{aligned}$$

- **3.3** Considérese una línea eléctrica trifásica de tensión nominal 132 kV ($f = 50$ Hz) y 150 km de longitud que alimenta en régimen permanente una carga trifásica equilibrada de 25 MVA con factor de potencia (f.d.p.) 0.8 inductivo a la tensión nominal. Calcular la potencia compleja en el origen de la línea y las pérdidas de potencia activa utilizando a) el circuito equivalente de línea de longitud «larga», b) el de línea de longitud «media» y c) el de línea de longitud «corta». Comparar los resultados obtenidos.

Los parámetros de la línea son:

$$\begin{aligned}\text{Resistencia } R &= 0.1962 \Omega/\text{km}, & \text{Capacidad } C &= 8.49275 \cdot 10^{-9} \text{ F/km}, \\ \text{Inductancia } L &= 1.365132 \cdot 10^{-3} \text{ H/km}, & \text{Conductancia } G &= 0 \Omega^{-1}/\text{km}.\end{aligned}$$

RESOLUCIÓN.

Apartado a). Circuito equivalente de línea de longitud «larga»

La potencia compleja total en el extremo emisor de la línea es:

$$\bar{S}_{eT} = 3\bar{U}_e\bar{I}_e^*$$

La longitud de la línea es $l = 150$ km. Calcularemos previamente la tensión y la intensidad en el extremo emisor utilizando en este apartado el circuito equivalente de línea de longitud «larga». Así:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\bar{\gamma}l) & \bar{Z}_c \text{ senh}(\bar{\gamma}l) \\ (1/\bar{Z}_c) \text{ senh}(\bar{\gamma}l) & \cosh(\bar{\gamma}l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix}$$

Utilizando:

$$\begin{aligned}\bar{U}_r &= \frac{132 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V} \\ \bar{I}_r &= \frac{|\bar{S}_r|}{|\bar{U}_r|} \angle (-\text{arc cos } 0.8) = \frac{(25 \cdot 10^6)/3}{(132 \cdot 10^3)/\sqrt{3}} \angle -36.87^\circ = 109.35 \angle -36.87^\circ \text{ A} \\ \bar{Z}_c &= \sqrt{\frac{\bar{z}}{\bar{y}}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{j\omega C}} = 410.79 - j89.505 \Omega \\ \bar{\gamma} &= \sqrt{\bar{z}\bar{y}} = \sqrt{(R + j\omega L)(j\omega C)} = 2.3881 \cdot 10^{-4} + j1.096 \cdot 10^{-3} \text{ km}^{-1}\end{aligned}$$

se obtiene:

$$\begin{aligned}\bar{U}_e &= 81990 + j4140.9 \text{ V} \\ \bar{I}_e &= 86.678 - j33.882 \text{ A}\end{aligned}$$

y por tanto la potencia compleja total en el extremo emisor es:

$$\bar{S}_{eT} = 3\bar{U}_e\bar{I}_e^* = 20.899 + j9.4108 \text{ MVA}$$

y las pérdidas de potencia activa de la línea serán:

$$P_{eT} - P_{rT} = \operatorname{Re}\{\bar{S}_{eT}\} - \operatorname{Re}\{\bar{S}_{rT}\} = \operatorname{Re}\{3\bar{U}_e\bar{I}_e^*\} - \operatorname{Re}\{3\bar{U}_r\bar{I}_r^*\} = 0.89918 \text{ MW}$$

Apartado b). Circuito equivalente de línea de longitud «media»

En este caso los valores de \bar{U}_r e \bar{I}_r son los mismos del apartado anterior y los valores de \bar{U}_e e \bar{I}_e se calculan utilizando el cuadripolo π -nominal de la línea. Por tanto:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} & \bar{Z} \\ \bar{Y}\left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{4}\right) & 1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix}$$

donde:

$$\begin{aligned} \bar{Z} &= \bar{z}l = (R + j\omega L)l \\ \frac{\bar{Y}}{2} &= \frac{\bar{y}}{2}l = \left(\frac{G}{2} + j\frac{\omega C}{2}\right)l \end{aligned}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} \bar{U}_e &= 82024 + j4145.4 \text{ V} \\ \bar{I}_e &= 86.648 - j33.944 \text{ A} \end{aligned}$$

La potencia compleja total en el extremo emisor es:

$$\bar{S}_{eT} = 3\bar{U}_e\bar{I}_e^* = 20.900 + j9.4304 \text{ MVA}$$

y las pérdidas de potencia activa de la línea serán

$$P_{eT} - P_{rT} = \operatorname{Re}\{\bar{S}_{eT}\} - \operatorname{Re}\{\bar{S}_{rT}\} = \operatorname{Re}\{3\bar{U}_e\bar{I}_e^*\} - \operatorname{Re}\{3\bar{U}_r\bar{I}_r^*\} = 0.89952 \text{ MW}$$

Se observa que para la línea trifásica estudiada aquí (longitud de 150 km) los valores obtenidos con el circuito equivalente de línea de longitud «media» son muy próximos a los que se obtienen cuando se utiliza el circuito equivalente de la línea de longitud «larga».

Apartado c). Circuito equivalente de línea de longitud «corta»

Con el circuito equivalente de línea de longitud corta:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix}$$

$$\bar{U}_e = \bar{U}_r + \bar{Z}\bar{I}_r = 83005 + j3696.6 \text{ V}$$

$$\bar{I}_e = \bar{I}_r = 109.35 \angle -36.87^\circ = 87.477 - j65.608 \text{ A}$$

$$\bar{S}_{eT} = 3\bar{U}_e\bar{I}_e^* = 21.056 + j17.308 \text{ MVA}$$

$$P_{eT} - P_{rT} = \operatorname{Re}\{\bar{S}_{eT}\} - \operatorname{Re}\{\bar{S}_{rT}\} = \operatorname{Re}\{3\bar{U}_e\bar{I}_e^*\} - \operatorname{Re}\{3\bar{U}_r\bar{I}_r^*\} = 1.0557 \text{ MW}$$

Estos resultados son bastante diferentes de los obtenidos en apartados anteriores. Así el modelo de línea corta no es adecuado para representar esta línea de 150 km.

► **3.4** Una línea eléctrica trifásica de tensión nominal 220 kV ($f = 50$ Hz) y 380 km de longitud tiene los siguientes parámetros por unidad de longitud:

$$\begin{aligned} \text{Resistencia } R &= 0.0359 \text{ } \Omega/\text{km}, & \text{Capacidad } C &= 8.9327 \cdot 10^{-9} \text{ F/km}, \\ \text{Inductancia } L &= 1.303111 \text{ mH/km}, & \text{Conductancia } G &= 0 \text{ } \Omega^{-1}/\text{km}. \end{aligned}$$

- Calcular la tensión en el extremo emisor y la regulación cuando suministra al receptor en régimen permanente equilibrado una potencia aparente de 80 MVA con un factor de potencia 0.8 inductivo a la tensión de 220 kV.
- Supuesto que la línea no tiene pérdidas, calcular la potencia natural o característica de dicha línea.

RESOLUCIÓN.

Apartado a). La tensión y la intensidad en el extremo emisor son:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\bar{\gamma}l) & \bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l) \\ (1/\bar{Z}_c) \sinh(\bar{\gamma}l) & \cosh(\bar{\gamma}l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix}$$

siendo:

$$\bar{U}_r = \frac{220 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_r = \frac{|\bar{S}_r|}{|\bar{U}_r|} \angle (-\arccos 0.8) = \frac{(80 \cdot 10^6)/3}{(220 \cdot 10^3)/\sqrt{3}} \angle -36.87^\circ = 167.96 - j125.97 \text{ A}$$

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{z}}{\bar{y}}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{j\omega C}} = 382.31 - j16.731 \Omega$$

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\bar{z}\bar{y}} = \sqrt{(R + j\omega L)(j\omega C)} = 4.6951 \cdot 10^{-5} + j1.0729 \cdot 10^{-3} \text{ km}^{-1}$$

Por tanto:

$$\bar{U}_e = 137.85 \cdot 10^3 + j24.691 \cdot 10^3 \text{ V}$$

En el extremo emisor de esta línea existe una tensión de línea de valor:

$$\sqrt{3}|\bar{U}_e| = 242.57 \text{ kV}$$

La regulación de la línea se calcula como:

$$\text{Regulación} = \frac{|\bar{U}_{r, \text{vacío}}| - |\bar{U}_{r, \text{plena carga}}|}{|\bar{U}_{r, \text{plena carga}}|}$$

donde:

$$|\bar{U}_{r, \text{vacío}}| = \frac{|\bar{U}_e|}{|\bar{A}|} = \frac{|\bar{U}_e|}{|\cosh(\bar{\gamma}l)|} = 152.52 \cdot 10^3 \text{ V}$$

Por tanto resulta que $\text{Regulación} = 0.2008$ o bien, en tanto por ciento, $\text{Regulación} \% = 20.08 \%$.

Apartado b). En el caso de línea sin pérdidas:

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = R_c = 381.94 \Omega$$

La potencia natural o característica total de esta línea es:

$$S_c = 3|\bar{U}_r||\bar{I}_r| = \frac{3|\bar{U}_r|^2}{R_c} = 1.2672 \cdot 10^8 \text{ W} = 126.72 \text{ MW}$$

► **3.5** Una línea eléctrica trifásica, de tensión nominal 220 kV ($f = 50 \text{ Hz}$), y 400 km de longitud tiene una impedancia serie (por unidad de longitud) de $\bar{z} = 0.0428 + j0.4097 \Omega/\text{km}$ y una admitancia paralelo (por unidad de longitud) de $\bar{y} = j2.7822 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}/\text{km}$. La carga trifásica equilibrada conectada en el extremo receptor consume en régimen permanente equilibrado 60 MW a 220 kV con un factor de potencia 0.8 inductivo.

- Calcular la tensión, la intensidad, el factor de potencia en el extremo emisor y el desfase entre los argumentos de los fasores de tensión en los extremos de la línea.
- Supuesto que se considera un «límite de estabilidad práctico» de 30° ($\delta_{\text{máx } p} = 30^\circ$), determinar la máxima potencia activa que se puede transportar si la tensión en el extremo emisor es también de 220 kV.

RESOLUCIÓN.

Apartado a). Los valores de tensión y de intensidad en el extremo emisor se obtienen de los valores en el extremo receptor y las características de la línea eléctrica. Para la línea eléctrica se tiene:

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{z}}{\bar{y}}} = 384.26 - j20.017 \Omega$$

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\bar{z}\bar{y}} = 5.5691 \cdot 10^{-5} + j1.0691 \cdot 10^{-3} \text{ km}^{-1}$$

$$\bar{U}_r = \frac{220 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_r = \frac{P_r}{|\bar{U}_r| \cos \varphi} \angle \varphi = \frac{(60 \cdot 10^6)/3}{(220 \cdot 10^3/\sqrt{3}) \cdot 0.8} \angle (-\arccos 0.8) = 157.46 - j118.09 \text{ A}$$

Entonces,

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\bar{\gamma}l) & \bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l) \\ (1/\bar{Z}_c) \sinh(\bar{\gamma}l) & \cosh(\bar{\gamma}l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix}$$

$$\bar{U}_e = 136.92 \cdot 10^3 + j24.309 \cdot 10^3 = 139.06 \cdot 10^3 \angle 10.067^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_e = 143.97 + j31.065 = 147.28 \angle 12.177^\circ \text{ A}$$

El desfase φ_e entre los argumentos de los fasores de tensión y de intensidad en el extremo emisor de la línea es de:

$$10.067^\circ - 12.177^\circ = -2.110^\circ$$

El factor de potencia en el extremo emisor es $\cos \varphi_e = 0.99932$ (capacitivo).

El desfase entre los argumentos de los fasores de tensión en ambos extremos de la línea es 10.067° .

Apartado b). Supuesto un «límite de estabilidad práctico» de 30° y tomando un valor de 0° para el argumento del fasor de tensión en el receptor se tiene:

$$\bar{U}_e = \frac{220 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ \text{ V}, \quad \bar{U}_r = \frac{220 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

Por tanto, la potencia compleja total que se transporta hacia el receptor es:

$$\bar{S}_{rT} = 3\bar{U}_r \bar{I}_r^* = 3\bar{U}_r \left(\frac{\bar{U}_e - \bar{U}_r \cosh(\bar{\gamma}l)}{\bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l)} \right)^* = 146.53 \cdot 10^6 - j28.271 \cdot 10^6 \text{ VA}$$

por lo que:

$$P_{rT} = \text{Re}\{\bar{S}_{rT}\} = 146.53 \cdot 10^6 \text{ W} = 146.53 \text{ MW}$$

► 3.6 Considérese una línea eléctrica trifásica de tensión nominal 380 kV (50 Hz), y 300 km de longitud, que tiene las siguientes características:

Resistencia $R = 0.04285 \Omega/\text{km}$, Capacidad $C = 8.98498 \text{ nF}/\text{km}$,
Inductancia $L = 1.286085 \text{ mH}/\text{km}$, Conductancia $G = 0 \Omega^{-1}/\text{km}$.

- Si la línea alimenta en régimen permanente equilibrado en su extremo receptor a una carga trifásica equilibrada de 300 MVA con un factor de potencia 0.95 inductivo a una tensión de 380 kV, determinar la potencia de la batería de condensadores a colocar en destino para que la caída de tensión en la línea no supere el 3% (caída de tensión calculada respecto a la tensión en el receptor).
- Determinar la potencia de la carga trifásica equilibrada con factor de potencia unidad (f.d.p = 1) que podrá alimentar la línea en régimen permanente equilibrado con la tensión en el origen y también en el destino iguales a 380 kV.

RESOLUCIÓN.

Apartado a). En este caso:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_c &= \sqrt{\frac{\bar{z}}{\bar{y}}} = 378.86 - j20.034 \Omega \\ \bar{\gamma} &= \sqrt{\bar{z}\bar{y}} = 5.6551 \cdot 10^{-5} + j1.0694 \cdot 10^{-3} \text{ km}^{-1} \\ \bar{A} &= \cosh(\bar{\gamma}l) = A \angle \alpha_1 = 0.94913 \angle 0.32298^\circ \\ \bar{B} &= \bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l) = B \angle \beta_1 = 119.82 \angle 84.051^\circ \Omega \\ P_r &= \frac{|\bar{S}_{rT}|}{3} \cos \varphi_r = \frac{300 \cdot 10^6}{3} \cdot 0.95 = 95 \cdot 10^6 \text{ W} = 95 \text{ MW}\end{aligned}$$

La potencia activa por fase en el extremo receptor vendrá dada por la ecuación (3.24) que incluimos nuevamente:

$$P_r = \left(\frac{|\bar{U}_e| |\bar{U}_r|}{B} \right) \cos(\beta_1 - \delta) - \left(\frac{A |\bar{U}_r|^2}{B} \right) \cos(\beta_1 - \alpha_1)$$

La caída de tensión en la línea no debe superar el 3%. Por ello, como

$$\text{caída de tensión } \% = \frac{|\bar{U}_e| - |\bar{U}_r|}{|\bar{U}_r|} 100 = 3\%$$

donde $|\bar{U}_r| = \frac{380 \cdot 10^3}{\sqrt{3}}$ V, se tiene $|\bar{U}_e| = 225.97 \cdot 10^3$ V.

Y sustituyendo los valores obtenidos en la ecuación (3.24) se obtiene $\delta = 13.336^\circ$. Podemos calcular ahora la potencia reactiva en destino:

$$Q_r = \left(\frac{|\bar{U}_e| |\bar{U}_r|}{B} \right) \sin(\beta_1 - \delta) - \left(\frac{A |\bar{U}_r|^2}{B} \right) \sin(\beta_1 - \alpha_1)$$

donde (con todos los valores conocidos) se obtiene $Q_r = 1.1554 \cdot 10^7$ VAR = 11.554 MVAR.

La potencia reactiva consumida por la carga, por fase, en el extremo receptor es:

$$Q_{rcarga} = \frac{|\bar{S}_{rT}|}{3} \sin \varphi_r = 31.225 \cdot 10^6 \text{ VAR}$$

La potencia de la batería de condensadores por fase a conectar en el receptor es:

$$Q_{condensadores-fase} = Q_r - Q_{rcarga} = -19.671 \cdot 10^6 \text{ VAR} = -19.671 \text{ MVAR}$$

La potencia reactiva total de la batería de condensadores es:

$$Q_{condensadoresT} = 3Q_{condensadores-fase} = -59.014 \text{ MVAR}$$

Apartado b). Ahora $|\bar{U}_e| = |\bar{U}_r| = \frac{380}{\sqrt{3}}$ kV y $Q_r = 0$ (factor de potencia 1).

Utilizando estos valores en la expresión siguiente:

$$Q_r = \left(\frac{|\bar{U}_e| |\bar{U}_r|}{B} \right) \sin(\beta_1 - \delta) - \left(\frac{A |\bar{U}_r|^2}{B} \right) \sin(\beta_1 - \alpha_1)$$

se obtiene $\delta = 13.412^\circ$, y se obtiene además:

$$P_r = \left(\frac{|\bar{U}_e| |\bar{U}_r|}{B} \right) \cos(\beta_1 - \delta) - \left(\frac{A |\bar{U}_r|^2}{B} \right) \cos(\beta_1 - \alpha_1) = 9.1528 \cdot 10^7 \text{ W} = 91.528 \text{ MW}$$

Así la potencia activa total en el receptor (con la tensión en el origen y también en el destino iguales a 380 kV) es:

$$P_{rT} = 3P_r = 274.58 \cdot 10^6 \text{ W} = 274.58 \text{ MW}$$

- 3.7 Una línea eléctrica trifásica de 220 kV (50 Hz) y 225 km tiene los siguientes parámetros por unidad de longitud:

$$\begin{aligned} \text{Resistencia } R &= 0.0597 \, \Omega/\text{km}, & \text{Capacidad } C &= 8.78738 \cdot 10^{-9} \text{ F/km}, \\ \text{Inductancia } L &= 1.31388 \cdot 10^{-3} \text{ H/km}, & \text{Conductancia } G &= 0 \, \Omega^{-1}/\text{km}. \end{aligned}$$

La línea tiene su origen en una subestación donde la tensión está controlada a 220 kV (tensión de línea de un sistema trifásico de tensiones equilibradas).

- Calcular la tensión en el extremo final de la línea cuando ésta trabaja en vacío en régimen permanente equilibrado, es decir, no hay carga trifásica conectada en el extremo receptor o final de la línea.
- Calcular la reactancia inductiva por fase de las bobinas (bobinas equilibradas) a colocar en el extremo final de la línea para que, cuando la línea trabaje en vacío, la tensión en dicho punto no supere 220 kV. Asimismo, calcular la potencia reactiva asociada a dichas bobinas.

RESOLUCIÓN.

Apartado a). Cuando la línea está en vacío, sin carga en su extremo receptor, $\bar{I}_r=0$, se cumple que:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ 0 \end{bmatrix}$$

por lo que $|\bar{U}_r| = \frac{|\bar{U}_e|}{|\bar{A}|}$, y para la línea de $l = 225$ km:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= \sqrt{\bar{z}\bar{y}} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = 7.6996 \cdot 10^{-5} + j1.0702 \cdot 10^{-3} \text{ km}^{-1} \\ \bar{A} &= \cosh(\bar{\gamma}l) = 0.97129 + j4.1318 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

por lo que $|\bar{A}| = 0.9713$ y de esta forma $|\bar{U}_r| = \frac{220 \cdot 10^3 / \sqrt{3}}{0.9713} = 130.77 \cdot 10^3 \text{ V}$.

La tensión de línea en el extremo receptor de la misma en las condiciones de vacío (sin carga) será por tanto,

$$|\bar{U}_{rT}| = \sqrt{3} |\bar{U}_r| = 226.50 \cdot 10^3 \text{ V} = 226.50 \text{ kV}$$

Se puede observar que la tensión en el extremo receptor (en condiciones de vacío) es mayor que en el extremo origen de la línea.

Apartado b). Se colocan reactancias inductivas en el extremo receptor de la línea para que la tensión de línea en dicho extremo no supere los 220 kV.

Tomando como referencia de ángulos el argumento del fasor de tensión en el extremo receptor:

$$\bar{U}_r = jX\bar{I}_r = \frac{220 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

siendo X la reactancia por fase de las bobinas a colocar en el extremo receptor. Además en el extremo emisor $\bar{U}_e = \frac{220 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle \delta \text{ V}$, por lo que:

$$\bar{U}_e = \bar{A}\bar{U}_r + \bar{B}\bar{I}_r = \left(\cosh(\bar{\gamma}l) + \frac{\bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l)}{jX} \right) \bar{U}_r$$

siendo:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= 7.6996 \cdot 10^{-5} + j1.0702 \cdot 10^{-3} \text{ km}^{-1} \\ \bar{Z}_c &= \sqrt{\frac{\bar{z}}{\bar{y}}} = 387.68 - j27.891 \, \Omega \end{aligned}$$

De la expresión anterior en la que interviene \bar{U}_e , se pueden obtener los valores de las dos incógnitas (X y δ). Así se puede llegar a una ecuación de segundo grado en X que conduce a dos valores para X : bien $X = 3204.7 \Omega$ o bien $X = -47.642 \Omega$. De esta forma, la reactancia inductiva por fase de las bobinas corresponde al valor positivo de 3204.7Ω .

La potencia reactiva que consumen dichas bobinas por fase es:

$$Q_r = \frac{|\bar{U}_r|^2}{X} = \frac{(220 \cdot 10^3 / \sqrt{3})^2}{3204.7} = 5.0343 \cdot 10^6 \text{ VAr} = 5.0343 \text{ MVar}$$

La potencia reactiva total de las bobinas es:

$$Q_{rT} = 3Q_r = 15.103 \text{ MVar}$$

► **3.8** Una línea eléctrica trifásica de tensión nominal 400 kV y de longitud 300 km tiene los siguientes parámetros de su matriz de transmisión:

$$\bar{A} = \bar{D} = 0.9487 \angle 0.19653^\circ, \quad \bar{B} = 117.97 \angle 86.402^\circ \Omega, \quad \bar{C} = 8.4911 \cdot 10^{-4} \angle 90.064^\circ \Omega^{-1}$$

- Determinar la caída de tensión, la eficiencia del transporte y la regulación cuando la línea alimenta a una carga trifásica equilibrada en régimen permanente de 400 MVA a 400 kV con factor de potencia 0.9 inductivo.
- Repetir los cálculos del apartado anterior cuando se colocan dos equipos idénticos trifásicos de condensadores-serie en ambos extremos de la línea, siendo la reactancia por fase de cada uno de los equipos de 45Ω (para la misma carga trifásica de 400 MVA a 400 kV con factor de potencia 0.9 inductivo).
- Calcular el valor máximo de la potencia activa que puede suministrar la línea en su extremo receptor en régimen permanente (sin compensación serie), suponiendo que la tensión en su extremo receptor es 400 kV y en su extremo emisor 420 kV.
- Repetir el cálculo del valor máximo de potencia activa cuando se ha realizado la compensación serie descrita en el apartado b), suponiendo que la tensión en su extremo receptor es 400 kV y en su extremo emisor 420 kV.

RESOLUCIÓN.

Apartado a). En el extremo receptor:

$$\bar{U}_r = \frac{400 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_r = \frac{|\bar{S}_r|}{|\bar{U}_r|} \angle -\arccos 0.9 = \frac{400 \cdot 10^6 / 3}{(400 \cdot 10^3 / \sqrt{3})} \angle -25.842^\circ = 577.35 \angle -25.842^\circ \text{ A}$$

En el extremo emisor de la línea se tiene:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 252.57 \cdot 10^3 + j60.067 \cdot 10^3 \text{ V} \\ 493.56 - j40.965 \text{ A} \end{bmatrix}$$

Por tanto:

$$\text{caída de tensión \%} = \frac{|\bar{U}_e| - |\bar{U}_r|}{|\bar{U}_r|} 100 = 12.416 \%$$

La eficiencia del transporte es:

$$\eta = \frac{P_r}{P_e} 100 = \frac{\text{Re}\{\bar{U}_r \bar{I}_r^*\}}{\text{Re}\{\bar{U}_e \bar{I}_e^*\}} 100 = 98.203 \%$$

La regulación de la línea es:

$$\text{Regulación} = \frac{\frac{|\bar{U}_e|}{|\bar{A}|} - |\bar{U}_{r, \text{plena carga}}|}{|\bar{U}_{r, \text{plena carga}}|} = \frac{2.7365 \cdot 10^5 - 400 \cdot 10^3 / \sqrt{3}}{400 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} = 0.18494$$

O bien en tanto por ciento, $\text{Regulación } \% = 18.494 \%$.

Apartado b). Cuando se colocan dos equipos idénticos trifásicos de condensadores-serie en ambos extremos de la línea, el circuito equivalente en régimen permanente es el de la Figura 3.8.

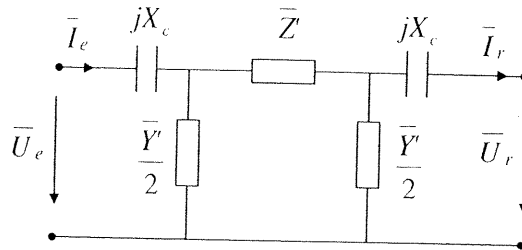


Figura 3.8. Circuito equivalente de la línea con compensación serie en ambos extremos

La relación entre las tensiones e intensidades en los extremos de la línea se estudiará utilizando un cuadripolo equivalente, cuya matriz de transmisión se obtendrá a partir de las matrices de transmisión correspondientes al cuadripolo que representa a la línea y a los cuadripolos que representan los equipos de compensación serie. Así:

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{equ} & \bar{B}_{equ} \\ \bar{C}_{equ} & \bar{D}_{equ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & jX_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donde, según los datos del problema, $X_c = -45 \Omega$. Entonces:

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{equ} & \bar{B}_{equ} \\ \bar{C}_{equ} & \bar{D}_{equ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -j45 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9487 \angle 0.19653^\circ & 117.97 \angle 86.402^\circ \\ 8.4911 \cdot 10^{-4} \angle 90.064^\circ & 0.9487 \angle 0.19653^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -j45 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{equ} & \bar{B}_{equ} \\ \bar{C}_{equ} & \bar{D}_{equ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9869 + j3.2968 \cdot 10^{-3} & 7.6981 + j30.636 \\ -9.4846 \cdot 10^{-7} + j8.4911 \cdot 10^{-4} & 0.9869 + j3.2968 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$$

Los valores de tensión e intensidad en el extremo emisor (con compensación serie) son:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{equ} & \bar{B}_{equ} \\ \bar{C}_{equ} & \bar{D}_{equ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{I}_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9869 + j3.2968 \cdot 10^{-3} & 7.6981 + j30.636 \\ -9.4846 \cdot 10^{-7} + j8.4911 \cdot 10^{-4} & 0.9869 + j3.2968 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{400 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \\ 577.35 \angle -25.842^\circ \end{bmatrix}$$

$$\bar{U}_e = 239.63 \cdot 10^3 + j14.743 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$\bar{I}_e = 513.42 - j50.559 \text{ A}$$

Por tanto la caída de tensión en tanto por ciento (respecto a $|\bar{U}_r|$) es:

$$\text{caída de tensión } \% = \frac{|\bar{U}_e| - |\bar{U}_r|}{|\bar{U}_r|} 100 = 3.9571 \%$$

La eficiencia del transporte es:

$$\eta = \frac{P_r}{P_e} 100 = \frac{\text{Re}\{\bar{U}_r \bar{I}_r^*\}}{\text{Re}\{\bar{U}_e \bar{I}_e^*\}} 100 = 98.133 \%$$

La regulación de la línea es:

$$\text{Regulación} = \frac{\frac{|\bar{U}_e|}{|A_{equ}|} - |\bar{U}_r, \text{plena carga}|}{|\bar{U}_r, \text{plena carga}|} = \frac{243.26 \cdot 10^3 - 400 \cdot 10^3 / \sqrt{3}}{400 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} = 0.05336$$

O bien en tanto por ciento, $\text{Regulación } \% = 5.336 \%$.

Apartado c). La potencia activa entregada por la línea en el extremo receptor (sin compensación serie) será:

$$P_r = \left(\frac{|\bar{U}_e| |\bar{U}_r|}{B} \right) \cos(\beta_1 - \delta) - \left(\frac{A |\bar{U}_r|^2}{B} \right) \cos(\beta_1 - \alpha_1)$$

La máxima potencia activa por fase en el destino de la línea se alcanza cuando $\beta_1 = \delta$. Utilizando los datos del enunciado:

$$\begin{aligned} |\bar{U}_e| &= \frac{420 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \text{ V} & |\bar{U}_r| &= \frac{400 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \text{ V} \\ \bar{A} &= A \angle \alpha_1 = 0.9487 \angle 0.19653^\circ & \bar{B} &= B \angle \beta_1 = 117.97 \angle 86.402^\circ \Omega \end{aligned}$$

Entonces se obtiene:

$$P_{r, \text{máx}} = 446.31 \cdot 10^6 \text{ W}$$

Por tanto el valor máximo de la potencia activa total en el destino de la línea es:

$$P_{rT, \text{máx}} = 3P_{r, \text{máx}} = 1338.9 \text{ MW}$$

Apartado d). Ahora la línea tiene una compensación serie, por lo que el valor máximo de la potencia activa se calculará de forma similar al apartado c) anterior, pero utilizando los parámetros de la matriz de transmisión siguientes:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{equ} &= 0.9869 + j3.2968 \cdot 10^{-3} = A_{equ} \angle \alpha_{1equ} = 0.98691 \angle 0.1914^\circ \\ \bar{B}_{equ} &= 7.6981 + j30.636 = B_{equ} \angle \beta_{1equ} = 31.588 \angle 75.895^\circ \Omega \end{aligned}$$

La potencia activa máxima por fase que puede entregar la línea en su extremo destino con compensación serie (cuando $\beta_{1equ} = \delta$) es:

$$P_{r, \text{máx}} = \left(\frac{|\bar{U}_e| |\bar{U}_r|}{B_{equ}} \right) - \left(\frac{A_{equ} |\bar{U}_r|^2}{B_{equ}} \right) \cos(\beta_{1equ} - \alpha_{1equ})$$

Utilizando los mismos valores de $|\bar{U}_e|$ y $|\bar{U}_r|$ que en el apartado anterior se tiene: $P_{r, \text{máx}} = 13.613 \cdot 10^8 \text{ W}$, por lo que el valor máximo de la potencia activa total en el receptor es: $P_{rT, \text{máx}} = 3P_{r, \text{máx}} = 4084 \text{ MW}$ (valor significativamente superior al obtenido para la línea sin compensación).

► **3.9** El sistema de energía eléctrica de la Figura 3.9 se encuentra en régimen permanente equilibrado. Calcular el valor de la tensión en el nudo 1 si en el nudo 3 la tensión es 132 kV. Considerar que la carga trifásica equilibrada se puede representar mediante impedancias (impedancias equilibradas).

Datos: Sistema eléctrico SE: tensión nominal, 66 kV.

Transformador T: conexión YNyn0; relación de transformación 66/132 kV; potencia nominal 80 MVA; reactancia de cortocircuito del transformador 10 %.

Línea eléctrica trifásica (2-3): longitud 30 km; $\bar{z} = 0.1962 + j0.4500 \Omega/\text{km}$.

Carga trifásica equilibrada: potencia aparente consumida 60 MVA; factor de potencia 0.8 inductivo.

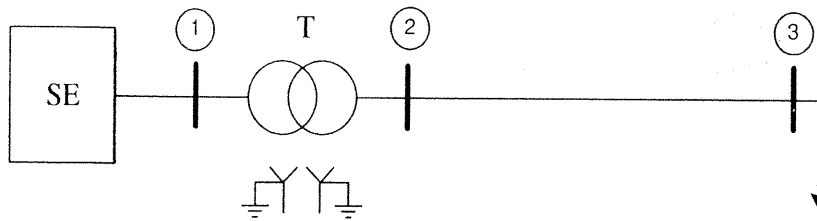


Figura 3.9. Sistema de energía eléctrica del problema 3.9

RESOLUCIÓN.

Definimos primeramente la potencia base $S_b = \frac{60 \cdot 10^6}{3}$ VA, y los valores de las tensiones base según las zonas que determina el transformador, zonas indicadas en la Figura 3.10:

$$U_{b\text{zona1}} = \frac{66 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \text{ V} \quad U_{b\text{zona2}} = \frac{132 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

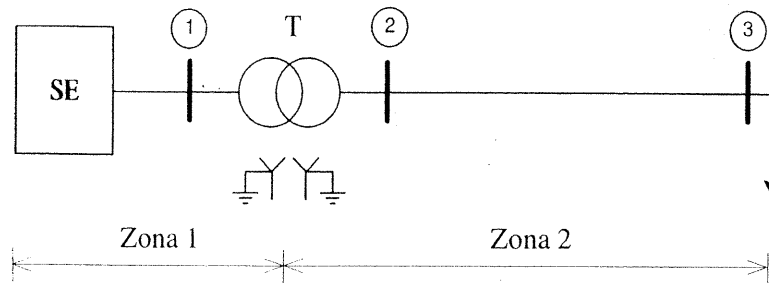


Figura 3.10. Zonas para el sistema de energía eléctrica del problema 3.9

La impedancia base en la zona 2 será por tanto: $Z_{b\text{zona2}} = \frac{(U_{b\text{zona2}})^2}{S_b} = 290.4 \Omega$.

Utilizando la impedancia base se calculan los valores en por unidad de la impedancia de la línea y de la carga trifásica (representada mediante una impedancia equivalente). Así, para la línea:

$$\bar{Z}_L = \frac{\bar{z}l}{Z_{b\text{zona2}}} = \frac{(0.1962 + j0.4500) \cdot 30}{290.4} = 2.0269 \cdot 10^{-2} + j4.6488 \cdot 10^{-2} \text{ pu}$$

Para la carga trifásica:

$$\bar{I}_3^* = \frac{\bar{S}_3}{\bar{U}_3} = \frac{\frac{60 \cdot 10^6}{3} \cdot 0.8 + j \frac{60 \cdot 10^6}{3} \text{sen}(\text{arc cos } 0.8)}{(132 \cdot 10^3 / \sqrt{3}) \angle 0^\circ} = 209.95 + j157.46 \text{ A}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{U}_3}{\bar{Z}_3} = 209.95 - j157.46 \text{ A}$$

de donde

$$\bar{Z}_3 = 232.32 + j174.24 \Omega$$

siendo \bar{Z}_3 la impedancia (por fase) equivalente. Su valor en por unidad es:

$$\bar{Z}_3 = \frac{\bar{Z}_3 (\Omega)}{Z_{b\text{zona2}}} = 0.8 + j0.6 \text{ pu}$$

Debemos también hacer un cambio de base para calcular la impedancia del transformador en pu referido a la nueva base. Así:

$$X_T = X_{T\text{antigua}} \left(\frac{U_{b\text{antigua}}}{U_{b\text{zona1}}} \right)^2 \left(\frac{S_b}{S_{b\text{antigua}}} \right) = 0.10 \left(\frac{66 \cdot 10^3 / \sqrt{3}}{66 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} \right)^2 \left(\frac{60 \cdot 10^6 / 3}{80 \cdot 10^6 / 3} \right) = 0.075 \text{ pu}$$

El circuito equivalente (por fase) en pu del sistema de energía eléctrica en estudio desde el nudo 1 hasta el nudo 3 (red de secuencia directa) es por tanto el representado en la Figura 3.11.

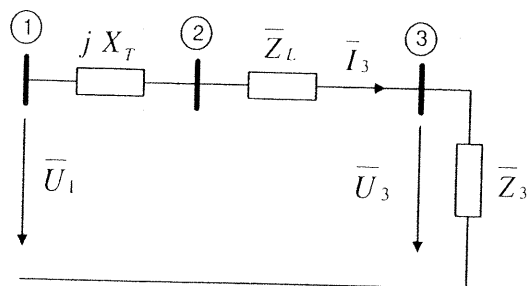


Figura 3.11. Circuito equivalente (red de secuencia directa) en pu

En dicha Figura 3.11, la tensión y la intensidad en el nudo 3 son:

$$\bar{U}_3 = \frac{\bar{U}_3(V)}{U_{b\text{zona}2}} = \frac{(132 \cdot 10^3 / \sqrt{3}) \angle 0^\circ}{(132 \cdot 10^3 / \sqrt{3})} = 1 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{I}_3(A)}{I_{b\text{zona}2}} = \frac{\bar{I}_3}{\frac{S_b}{U_{b\text{zona}2}}} = \frac{209.95 - j157.46}{\frac{60 \cdot 10^6 / 3}{132 \cdot 10^3 / \sqrt{3}}} = 0.8 - j0.6 \text{ pu}$$

La tensión en el nudo 1 es:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_3 + (jX_T + \bar{Z}_L)\bar{I}_3 = 1.0891 + j0.085029 \text{ pu}$$

Así, el módulo de la tensión de fase en el nudo 1 es: $|\bar{U}_1| \cdot U_{b\text{zona}1} = 41\,627 \text{ V}$.

Y el valor de la tensión de línea es: $|\bar{U}_1| \cdot \sqrt{3} \cdot U_{b\text{zona}1} = 72\,100 \text{ V}$.

- **3.10** El sistema de energía eléctrica de la Figura 3.12 se encuentra funcionando en régimen permanente equilibrado. Determinar la tensión en el nudo 1 así como las potencias activa y reactiva cedidas por el sistema eléctrico SE y la eficiencia del transporte de potencia en la línea, supuesto que en el nudo 4 se conecta un consumo trifásico (carga trifásica equilibrada) de 65 MVA con un factor de potencia 0.95 inductivo, a 45 kV. Considerar que la carga trifásica equilibrada se puede representar mediante impedancias (impedancias equilibradas).

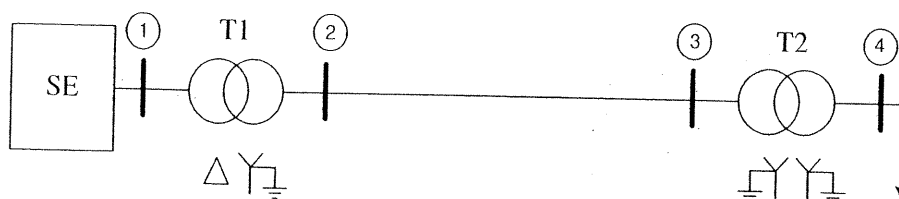


Figura 3.12. Sistema de energía eléctrica del problema 3.10

- Datos: Sistema eléctrico SE: tensión nominal 66 kV.
 Transformador T1: conexión YNd11; relación de transformación 66/220 kV; potencia nominal 200 MVA; reactancia de cortocircuito 13 %.
 Transformador T2: conexión YNyn0; relación de transformación 220/45 kV; potencia nominal 100 MVA; reactancia de cortocircuito 11 %.
 Línea eléctrica trifásica (2-3): longitud 275 km; $\bar{z} = 0.0359 + j0.4094 \Omega/\text{km}$; $\bar{y} = j2.7844 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}/\text{km}$.
 Carga trifásica equilibrada: potencia aparente consumida 65 MVA; factor de potencia 0.95 inductivo.

RESOLUCIÓN.

Definimos primeramente la potencia base $S_b = \frac{200 \cdot 10^6}{3}$ VA, y las tensiones base según las zonas determinadas por los transformadores e indicadas en la Figura 3.13.

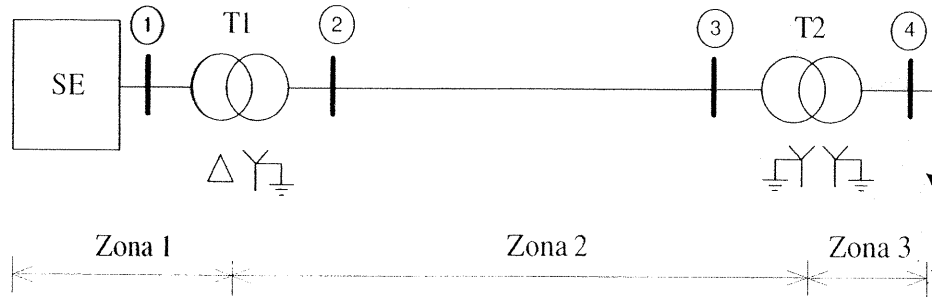


Figura 3.13. Zonas para el sistema de energía eléctrica del problema 3.10

Así pues:

- Zona 1. Zona del sistema eléctrico SE: $U_{b_{zona1}} = 66 \cdot 10^3 / \sqrt{3}$ V
- Zona 2. Zona de la línea eléctrica: $U_{b_{zona2}} = 220 \cdot 10^3 / \sqrt{3}$ V
- Zona 3. Zona de la carga trifásica: $U_{b_{zona3}} = 45 \cdot 10^3 / \sqrt{3}$ V

El circuito equivalente (red de secuencia directa) en pu está representado en la Figura 3.14.

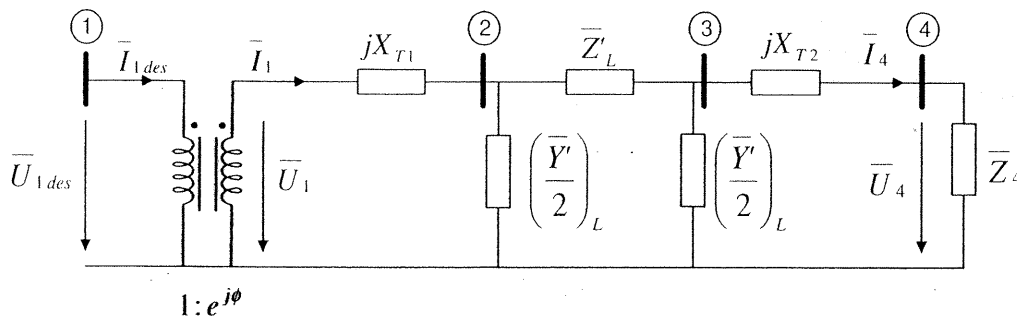


Figura 3.14. Circuito equivalente (red de secuencia directa) en pu

El transformador T1 introduce un desfase $\phi = 330^\circ$, o bien -30° , debido a la conexión YNd11 ($h = 11$, $\phi = h30^\circ$). La línea eléctrica ha sido representada utilizando el correspondiente circuito π -equivalente.

La matriz de transmisión de dicho circuito (cuadripolo) π -equivalente (cuyos valores están en pu) es:

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\bar{\gamma}l) & \bar{Z}_c \sinh(\bar{\gamma}l) \\ \sinh(\bar{\gamma}l) / \bar{Z}_c & \cosh(\bar{\gamma}l) \end{bmatrix}$$

Puesto que $l = 275$ km

$$\bar{\gamma}l = \sqrt{\bar{z}\bar{y}}l = 1.2861 \cdot 10^{-2} + j0.29389$$

$$\bar{Z}_c = \frac{\bar{Z}_c(\Omega)}{Z_{b_{zona2}}} = \frac{\sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{y}}}}{\frac{(U_{b_{zona2}})^2}{S_b}} = 1.5860 - j6.9405 \cdot 10^{-2} \text{ pu}$$

resulta que (utilizando valores en pu):

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9572 + j3.7257 \cdot 10^{-3} & 3.9631 \cdot 10^{-2} + j0.45862 \\ -2.3146 \cdot 10^{-4} + j0.18265 & 0.9572 + j3.7257 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$$

Las reactancias en por unidad para los transformadores son las siguientes. Para el transformador T1:

$$X_{T1} = X_{T1 \text{ antigua}} \left(\frac{U_{b \text{ antigua}}}{U_{b \text{ zona1}}} \right)^2 \left(\frac{S_b}{S_{b \text{ antigua}}} \right) = 0.13 \left(\frac{66 \cdot 10^3 / \sqrt{3}}{66 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} \right)^2 \left(\frac{200 \cdot 10^6 / 3}{200 \cdot 10^6 / 3} \right) = 0.13 \text{ pu}$$

La matriz de transmisión del cuadripolo que representa solamente a la impedancia-serie jX_{T1} del transformador T1 es:

$$\begin{bmatrix} 1 & jX_{T1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & j0.13 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para el transformador T2:

$$X_{T2} = X_{T2 \text{ antigua}} \left(\frac{U_{b \text{ antigua}}}{U_{b \text{ zona2}}} \right)^2 \left(\frac{S_b}{S_{b \text{ antigua}}} \right) = 0.11 \left(\frac{220 \cdot 10^3 / \sqrt{3}}{220 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} \right)^2 \left(\frac{200 \cdot 10^6 / 3}{100 \cdot 10^6 / 3} \right) = 0.22 \text{ pu}$$

La matriz de transmisión del cuadripolo que representa solamente a la impedancia-serie jX_{T2} del transformador T2 es:

$$\begin{bmatrix} 1 & jX_{T2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & j0.22 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si consideramos la asociación serie de estos cuadripolos (sin incluir el desfase introducido por el transformador) se tiene:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_{T1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & jX_{T2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_4 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Tomando como referencia de ángulos el valor de tensión en el nudo 4 y teniendo en cuenta los datos del consumo trifásico en dicho nudo, se tiene:

$$\bar{U}_4 = \frac{\bar{U}_4 \text{ (V)}}{U_{b \text{ zona3}}} = \frac{(45 \cdot 10^3 / \sqrt{3}) \angle 0^\circ}{45 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} = 1 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{I}_4 = \frac{\bar{I}_4 \text{ (A)}}{I_{b \text{ zona3}}} = \frac{\frac{|\bar{S}_4 \text{ (VA)}| \angle -\arccos(0.95)}{|\bar{U}_4 \text{ (V)}|}}{\frac{S_b}{U_{b \text{ zona3}}}} = \frac{65 \cdot 10^6 / 3 \angle -18.195^\circ}{45 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} = \frac{200 \cdot 10^6 / 3}{45 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} = 0.30875 - j0.10148 \text{ pu}$$

Por tanto, utilizando la ecuación (3.28), resulta:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0253 + j0.24323 \\ 0.28327 + j0.090725 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

Incluyendo el desfase correspondiente al transformador T1, se tiene:

$$\bar{U}_{1 \text{ des}} = \bar{U}_1 \cdot 1 \angle 30^\circ = 0.76632 + j0.72329 \text{ pu}$$

$$\bar{I}_{1 \text{ des}} = \bar{I}_1 \cdot 1 \angle 30^\circ = 0.19996 + j0.22021 \text{ pu}$$

A partir de estos valores se pueden obtener fácilmente los resultados pedidos en el enunciado. Así el módulo de la tensión de línea en el nudo 1 es:

$$|\bar{U}_{1 \text{ des}}| \cdot \sqrt{3} \cdot U_{b \text{ zona1}} = 69.548 \text{ kV}$$

La potencia compleja (por fase) suministrada por el sistema eléctrico SE es:

$$\bar{S}_1 = (\bar{U}_{1 \text{ des}} \bar{I}_{1 \text{ des}}^*) \cdot S_b = 20.834 - j1.6080 \text{ MVA}$$

Así la correspondiente potencia activa por fase es $P_1 = 20.834 \text{ MW}$ y la potencia reactiva por fase $Q_1 = -1.6080 \text{ MVAR}$.

Por tanto la potencia activa total suministrada por el sistema eléctrico SE es $P_{1T} = 62.501 \text{ MW}$ y la potencia reactiva total suministrada por el mismo es $Q_{1T} = -4.8241 \text{ MVar}$, es decir, que el sistema eléctrico SE consume una potencia reactiva de valor 4.8241 MVar y dicho sistema suministra una potencia activa de 62.501 MW .

Finalmente la eficiencia del transporte de potencia en la línea es:

$$\eta = \frac{P_{4T}}{P_{1T}} 100 = \frac{65 \cdot 10^6 \cdot 0.95}{62.501 \cdot 10^6} 100 = 98.798 \%$$

► **3.11** El sistema de energía eléctrica de la Figura 3.15 se encuentra en régimen permanente equilibrado. Calcular:

- Tensión en el nudo 1 si en el nudo 3 la tensión es 66 kV .
- Tensión en el nudo 4 teniendo en cuenta que la línea eléctrica L2 está funcionando «en vacío» y la tensión en el nudo 3 es 66 kV .
- Potencias activa y reactiva suministradas por el sistema eléctrico SE. Considerar que la carga trifásica equilibrada se puede representar mediante impedancias (impedancias equilibradas).

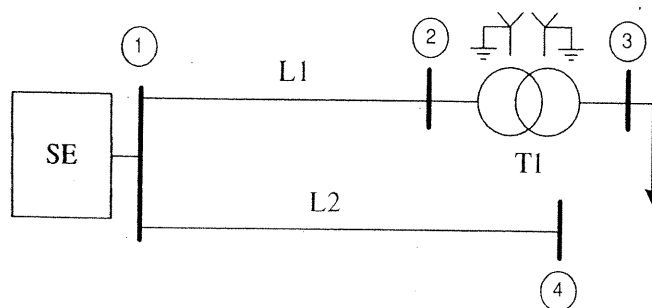


Figura 3.15. Sistema de energía eléctrica del problema 3.11

- Datos: Sistema eléctrico SE: tensión nominal 380 kV .
 Transformador T1: conexión YNyn0; relación de transformación $380/66 \text{ kV}$; potencia nominal 250 MVA ; reactancia de cortocircuito 14% .
 Línea eléctrica L1: longitud 100 km ; $\bar{z}_{L1} = 0.0298 + j0.3977 \ \Omega/\text{km}$; $\bar{y}_{L1} = j2.8693 \cdot 10^{-6} \ \Omega^{-1}/\text{km}$.
 Línea eléctrica L2: longitud 400 km ; $\bar{z}_{L2} = 0.0256 + j0.3993 \ \Omega/\text{km}$; $\bar{y}_{L2} = j2.8577 \cdot 10^{-6} \ \Omega^{-1}/\text{km}$.
 Carga trifásica equilibrada: potencia aparente consumida 150 MVA ; factor de potencia 0.8 inductivo.

Nota: utilizar el cuadripolo correspondiente a una línea de longitud «media» para representar la línea eléctrica L1 y el cuadripolo correspondiente a una línea de longitud «larga» para representar la línea eléctrica L2.

RESOLUCIÓN.

Después de definir las zonas determinadas por los transformadores, seleccionaremos los valores base siguientes:

Zona 1. Zona del sistema eléctrico SE y las líneas eléctricas L1 y L2: $U_{b_{zona1}} = \frac{380 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \text{ V}$

Zona 2. Zona de la carga trifásica (nudo 3): $U_{b_{zona2}} = \frac{66 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \text{ V}$

El valor de la potencia base es: $S_b = \frac{250 \cdot 10^6}{3} \text{ VA}$.

Apartado a). Utilizando el cuadripolo correspondiente a una línea de longitud «media» y los valores base, el cuadripolo π -nominal que representa a la línea eléctrica L1 es el representado en la Figura 3.16.

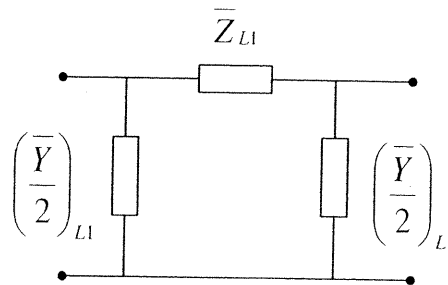


Figura 3.16. Cuadripolo π -nominal para representar la línea eléctrica L1

Los valores de la impedancia y de las admitancias representadas en la Figura 3.16 son:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{L1} (\Omega) &= \bar{z}_{L1} l_1 = (0.0298 + j0.3977) \cdot 100 = 2.9800 + j39.77 \Omega \\ \left(\frac{\bar{Y}}{2}\right)_{L1} (\Omega^{-1}) &= \frac{\bar{y}_{L1} l_1}{2} = \frac{(j2.8693 \cdot 10^{-6})}{2} 100 = j1.4347 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1} \\ Z_{b\text{zonal}} &= \frac{(U_{b\text{zonal}})^2}{S_b} = \frac{1}{Y_{b\text{zonal}}} = 577.6 \Omega \\ \bar{Z}_{L1} &= \frac{\bar{Z}_{L1} (\Omega)}{Z_{b\text{zonal}}} = 5.1593 \cdot 10^{-3} + j68.854 \cdot 10^{-3} \text{ pu} \\ \left(\frac{\bar{Y}}{2}\right)_{L1} &= \frac{\left(\frac{\bar{Y}}{2}\right)_{L1} (\Omega^{-1})}{Y_{b\text{zonal}}} = j82.865 \cdot 10^{-3} \text{ pu} \end{aligned}$$

El cuadripolo en pu que representa al transformador T1 se indica en la Figura 3.17.

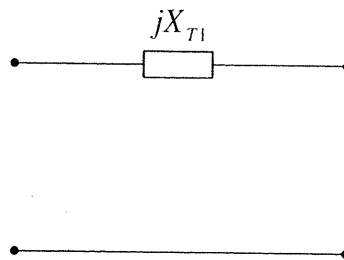


Figura 3.17. Cuadripolo en pu que representa al transformador

Obviamente $jX_{T1} = j0.14 \text{ pu}$.

Así, el circuito equivalente (solamente entre el nudo 1 y el nudo 3) está representado en la Figura 3.18.

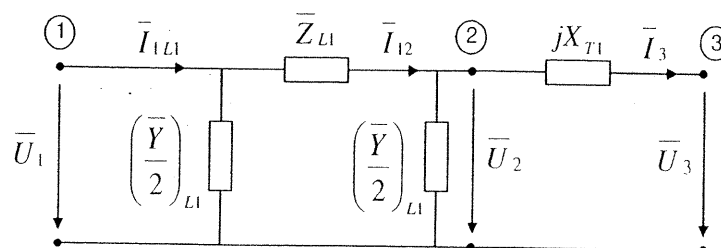


Figura 3.18. Circuito equivalente entre el nudo 1 y el nudo 3

El transformador no introduce ningún desfase al ser su conexión YNyn0. Los valores de tensión e intensidad en pu en el nudo 3 son:

$$\bar{U}_3 = \frac{\bar{U}_3(\text{V})}{U_{b_{zona2}}} = \frac{(66 \cdot 10^3 / \sqrt{3}) \angle 0^\circ}{66 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} = 1 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{I}_3(\text{A})}{I_{b_{zona2}}} = \frac{\frac{|\bar{S}_3(\text{VA})|}{|\bar{U}_3(\text{V})|} \angle -\arccos(0.8)}{\frac{S_b}{U_{b_{zona2}}}} = \frac{\frac{150 \cdot 10^6 / 3}{66 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} \angle -36.867^\circ}{\frac{250 \cdot 10^6 / 3}{66 \cdot 10^3 / \sqrt{3}}} = 0.48 - j0.36 \text{ pu}$$

De la Figura 3.18:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 + \bar{Z}_{L1} \bar{I}_{12} = \bar{U}_2 + \bar{Z}_{L1} \left(\bar{I}_3 + \bar{U}_2 \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L1} \right)$$

$$\bar{U}_1 = (\bar{U}_3 + \bar{I}_3 \cdot jX_{T1}) + \bar{Z}_{L1} \left(\bar{I}_3 + (\bar{U}_3 + \bar{I}_3 \cdot jX_{T1}) \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L1} \right)$$

Así, $\bar{U}_1 = 1.0716 + j0.098458 \text{ pu}$, por lo que $|\bar{U}_1| = 1.0762 \text{ pu}$ y, por tanto, el módulo de la tensión de línea en el nudo 1 es:

$$|\bar{U}_1| \cdot \sqrt{3} \cdot U_{b_{zona1}} = 408.94 \text{ kV}$$

Apartado b). Para la línea eléctrica L2 se tiene $l = 400 \text{ km}$ y entonces

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\bar{z}_{L2} \bar{y}_{L2}} = 3.4225 \cdot 10^{-5} + j1.0688 \cdot 10^{-3} \text{ km}^{-1}$$

$$\bar{A} = \cosh(\bar{\gamma}l) = 0.91009 + j5.6761 \cdot 10^{-3}$$

por lo que $|\bar{A}| = 0.91011$.

La línea eléctrica L2 está en «vacío», sin carga en su extremo receptor; es decir, que la intensidad en el nudo 4 será nula, $\bar{I}_4 = 0$, y por tanto:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_{1L2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

de donde $|\bar{U}_4| = \frac{|\bar{U}_1|}{|\bar{A}|} = \frac{|\bar{U}_1|}{0.91011} = 1.1825 \text{ pu}$.

La tensión de línea en el nudo 4 (en estas condiciones de funcionamiento) es:

$$|\bar{U}_4| \cdot \sqrt{3} \cdot U_{b_{zona1}} = 4.4933 \cdot 10^5 \text{ V} = 449.33 \text{ kV}$$

Se puede observar que la tensión en el extremo receptor de la línea eléctrica 2 (nudo 4), para un funcionamiento en «vacío», es mayor que en el extremo origen de la línea eléctrica 2 (nudo 1).

Apartado c). La potencia activa (y la potencia reactiva) entregada por el sistema eléctrico (SE) será la suma de las potencias activas (suma de potencias reactivas) que circulan por la línea eléctrica L1 y la línea eléctrica L2. Por tanto, la potencia compleja en pu en el origen de la línea L1 es: $\bar{S}_{1L1} = \bar{U}_1 \bar{I}_{1L1}^*$ donde:

$$\bar{U}_1 = 1.0716 + j0.098458 \text{ pu}$$

$$\bar{I}_{1L1} = \bar{U}_1 \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L1} + \bar{U}_2 \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L1} + \bar{I}_3$$

$$\bar{I}_{1L1} = \bar{U}_1 \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L1} + (\bar{U}_3 + \bar{I}_3 \cdot jX_{T1}) \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L1} + \bar{I}_3 = 0.46627 - j0.18416 \text{ pu}$$

Por tanto:

$$\bar{S}_{1L1} = \bar{U}_1 \bar{I}_{1L1}^* = 0.48155 + j0.24326 \text{ pu}$$

Para la línea eléctrica L2, se tiene (con $l = 400$ km):

$$\bar{Z}_c = \frac{\bar{Z}_c (\Omega)}{Z_{b\text{ zonal}}} = \frac{\sqrt{\frac{\bar{Z}_{L2}}{\bar{Y}_{L2}}}}{\frac{(U_{b\text{ zonal}})^2}{S_b}} = 0.64750 - j2.0735 \cdot 10^{-2} \text{ pu}$$

$$\bar{C} = \frac{\sinh(\bar{\gamma}l)}{\bar{Z}_c} = -1.2647 \cdot 10^{-3} + j0.64033 \text{ pu}$$

$$\bar{U}_4 = \frac{\bar{U}_1}{A} = 1.1781 + j0.10084 \text{ pu}$$

$$\bar{I}_{1L2} = \bar{C}\bar{U}_4 = -0.06606 + j0.75428 \text{ pu}$$

La potencia compleja en pu en el origen de la línea eléctrica L2 es:

$$\bar{S}_{1L2} = \bar{U}_1 \bar{I}_{1L2}^* = 3.4726 \cdot 10^{-3} - j0.81482 \text{ pu}$$

Por tanto, la potencia compleja entregada por el sistema eléctrico SE en pu es:

$$\bar{S}_1 = \bar{S}_{1L1} + \bar{S}_{1L2} = 0.48502 - j0.57156 \text{ pu}$$

La potencia activa total entregada por el sistema eléctrico SE es:

$$P_{1T} = 3 \operatorname{Re} \{ \bar{S}_1 \} S_b = 121.25 \text{ MW}$$

y la potencia reactiva total entregada por el sistema eléctrico SE es:

$$Q_{1T} = 3 \operatorname{Im} \{ \bar{S}_1 \} S_b = -142.89 \text{ MVar}$$

► **3.12** El sistema de energía eléctrica de la Figura 3.19 se encuentra funcionando en régimen permanente equilibrado.

- Determinar la tensión en el nudo 1 si la tensión en el nudo 2 es 132 kV.
- Calcular las potencias que serán transportadas por las líneas eléctricas L1 y L2 (potencia en el origen y destino de cada línea) y las pérdidas de potencia activa de cada una de ellas, así como el rendimiento conjunto del transporte de potencia.
- Si se considera que la línea eléctrica L2 está desconectada y que se mantiene la tensión en el nudo 2 en 132 kV, ¿cuál será la nueva tensión en el nudo 1? En estas condiciones calcular las pérdidas de potencia activa y el rendimiento del transporte.

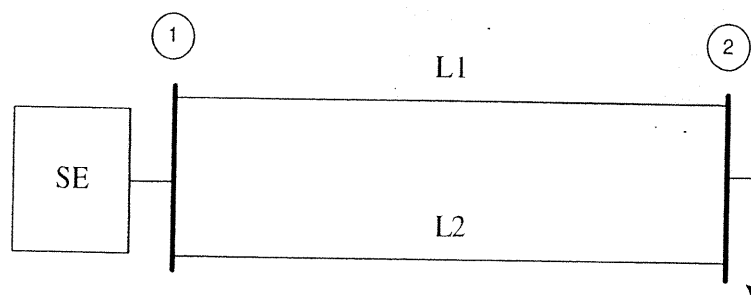


Figura 3.19. Sistema de energía eléctrica del problema 3.12

Considerar que la carga trifásica equilibrada se puede representar mediante impedancias (impedancias equilibradas).

Nota: utilizar el cuádrupolo correspondiente a una línea de longitud media para representar cada una de las líneas eléctricas L1 y L2.

Datos: Línea eléctrica L1: longitud 100 km; $\bar{z}_{L1} = 0.1211 + j0.4152 \text{ } \Omega/\text{km}$; $\bar{y}_{L1} = j2.7435 \cdot 10^{-6} \text{ } \Omega^{-1}/\text{km}$.

Línea eléctrica L2: longitud 100 km; $\bar{z}_{L2} = 0.0991 + j0.4119 \text{ } \Omega/\text{km}$; $\bar{y}_{L2} = j2.7664 \cdot 10^{-6} \text{ } \Omega^{-1}/\text{km}$.

Carga trifásica equilibrada: potencia aparente consumida 45 MVA; factor de potencia 0.85 inductivo.

RESOLUCIÓN.

Apartado a). Utilizando el cuádrupolo correspondiente a una línea de longitud «media» para representar las líneas eléctricas L1 y L2, los valores de la impedancia serie y admitancia paralelo de los cuádrupolos π -nominal que representan a cada línea son:

Línea L1:

$$\bar{Z}_{L1} = \bar{z}_{L1} l_1 = (0.1211 + j0.4152) 100 = 12.11 + j41.52 \text{ } \Omega$$

$$\left(\frac{\bar{Y}}{2}\right)_{L1} = \frac{\bar{y}_{L1} l_1}{2} = \frac{j2.7435 \cdot 10^{-6} \cdot 100}{2} = j1.3718 \cdot 10^{-4} \text{ } \Omega^{-1}$$

Línea L2:

$$\bar{Z}_{L2} = \bar{z}_{L2} l_2 = (0.0991 + j0.4119) \cdot 100 = 9.91 + j41.19 \text{ } \Omega$$

$$\left(\frac{\bar{Y}}{2}\right)_{L2} = \frac{\bar{y}_{L2} l_2}{2} = \frac{j2.7664 \cdot 10^{-6} \cdot 100}{2} = j1.3832 \cdot 10^{-4} \text{ } \Omega^{-1}$$

La Figura 3.20 representa el circuito equivalente entre los nudos 1 y 2 (red de secuencia directa), donde:

$$\bar{U}_2 = \left(132 \cdot 10^3 / \sqrt{3}\right) \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{|\bar{S}_2|}{|\bar{U}_2|} \angle -\arccos(0.85) = \frac{(45 \cdot 10^6) / 3}{(132 \cdot 10^3) / \sqrt{3}} \angle -31.788^\circ \text{ A}$$

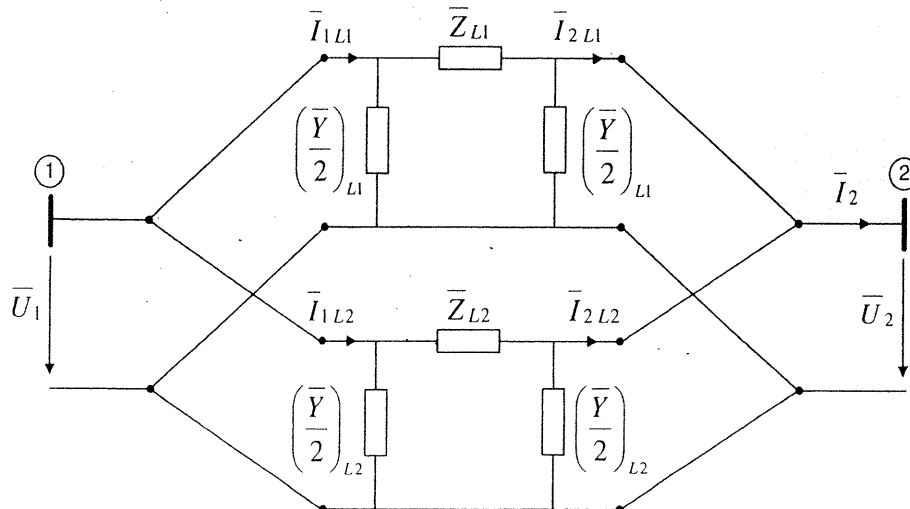


Figura 3.20. Circuito equivalente (red de secuencia directa)

De la Figura 3.20:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 + \bar{Z}_{L1} \left(\bar{I}_{2L1} + \bar{U}_2 \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L1} \right) = \bar{U}_2 \left(1 + \bar{Z}_{L1} \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L1} \right) + \bar{Z}_{L1} \bar{I}_{2L1}$$

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 + \bar{Z}_{L2} \left(\bar{I}_{2L2} + \bar{U}_2 \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L2} \right) = \bar{U}_2 \left(1 + \bar{Z}_{L2} \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L2} \right) + \bar{Z}_{L2} \bar{I}_{2L2}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{2L1} + \bar{I}_{2L2}$$

Resolviendo este sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas ($\bar{U}_1, \bar{I}_{2L1}, \bar{I}_{2L2}$), se obtienen:

$$\bar{U}_1 = 78.841 \cdot 10^3 + j3.0068 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$\bar{I}_{2L1} = 83.771 - j49.376 \text{ A}$$

$$\bar{I}_{2L2} = 83.529 - j54.308 \text{ A}$$

Por tanto el módulo de la tensión de línea en el nudo 1 es:

$$\sqrt{3} \cdot |\bar{U}_1| = 136.66 \text{ kV}$$

Apartado b). La potencia compleja, por fase, en el origen de la línea eléctrica L1 es:

$$\bar{S}_{1L1} = \bar{U}_1 \bar{I}_{1L1}^*$$

donde \bar{I}_{1L1} se puede calcular como:

$$\bar{I}_{1L1} = \left(\frac{\bar{U}_1 - \bar{U}_2}{\bar{Z}_{L1}} \right) + \bar{U}_1 \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L1} = 83.359 - j28.107 \text{ A}$$

Por tanto $\bar{S}_{1L1} = \bar{U}_1 \bar{I}_{1L1}^* = 6.4876 + j2.4666 \text{ MVA}$.

Así el valor de la potencia compleja total en el origen de la línea L1 es:

$$\bar{S}_{1TL1} = 19.463 + j7.3998 \text{ MVA} = P_{1TL1} + jQ_{1TL1}$$

La potencia compleja, por fase, en el origen de la línea eléctrica L2 es:

$$\bar{S}_{1L2} = \bar{U}_1 \bar{I}_{1L2}^*$$

donde \bar{I}_{1L2} se puede calcular como:

$$\bar{I}_{1L2} = \left(\frac{\bar{U}_1 - \bar{U}_2}{\bar{Z}_{L2}} \right) + \bar{U}_1 \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L2} = 83.113 - j32.861 \text{ A}$$

Por tanto $\bar{S}_{1L2} = \bar{U}_1 \bar{I}_{1L2}^* = 6.4539 + j2.8407 \text{ MVA}$.

Así el valor de la potencia compleja total en el origen de la línea L2 es:

$$\bar{S}_{1TL2} = 19.362 + j8.5221 \text{ MVA} = P_{1TL2} + jQ_{1TL2}$$

Calcularemos ahora las potencias en el extremo de cada una de las líneas junto al nudo 2.

La potencia compleja, por fase, en el extremo (nudo 2) de la línea eléctrica L1 es:

$$\bar{S}_{2L1} = \bar{U}_2 \bar{I}_{2L1}^* = 6.3842 + j3.7629 \text{ MVA}$$

Por tanto el valor de la potencia compleja total en el extremo junto al nudo 2 de la línea eléctrica L1 es:

$$\bar{S}_{2TL1} = 19.153 + j11.289 \text{ MVA} = P_{2TL1} + jQ_{2TL1}$$

La potencia compleja, por fase, en el extremo junto al nudo 2 de la línea eléctrica L2 es:

$$\bar{S}_{2L2} = \bar{U}_2 \bar{I}_{2L2}^* = 6.3658 + j4.1388 \text{ MVA}$$

Por tanto el valor de la potencia compleja total en el extremo junto al nudo 2 de la línea eléctrica L2 es:

$$\bar{S}_{2TL2} = 19.097 + j12.416 \text{ MVA} = P_{2TL2} + jQ_{2TL2}$$

Por último las pérdidas de potencia activa en cada línea serán la diferencia entre la potencia activa total en el extremo origen y en el extremo receptor (destino). Así:

$$\text{Pérdidas de potencia activa total de la línea L1: } P_{1TL1} - P_{2TL1} = 309.99 \text{ kW.}$$

$$\text{Pérdidas de potencia activa total de la línea L2: } P_{1TL2} - P_{2TL2} = 264.38 \text{ kW.}$$

Entonces, las pérdidas conjuntas de potencia activa son 574.36 kW.

El rendimiento conjunto del transporte, en tanto por ciento, es:

$$\eta = \frac{P_{2TL1} + P_{2TL2}}{P_{1TL1} + P_{1TL2}} 100 = \frac{\text{Re} \{ \bar{S}_{2TL1} \} + \text{Re} \{ \bar{S}_{2TL2} \}}{\text{Re} \{ \bar{S}_{1TL1} \} + \text{Re} \{ \bar{S}_{1TL2} \}} 100 = 98.521 \%$$

Apartado c). Ahora la línea eléctrica L2 se considera desconectada con lo que:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 \left(1 + \bar{Z}_{L1} \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L1} \right) + \bar{Z}_{L1} \bar{I}_{2L1}$$

Puesto que $\bar{I}_{2L2} = 0$ se tiene que $\bar{I}_2 = \bar{I}_{2L1} = 167.30 - j103.68 \text{ A}$, con lo que:

$$\bar{U}_1 = 82.107 \cdot 10^3 + j5.8173 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El módulo de la tensión de línea en el nudo 1 (cuando la línea L2 se considera desconectada) es:

$$\sqrt{3} \cdot |\bar{U}_1| = 142.57 \text{ kV}$$

Calcularemos ahora las potencias en el origen de la línea L1 junto al nudo 1 cuando la línea L2 se considera desconectada.

La potencia compleja, por fase, en el origen de la línea eléctrica L1 es: $\bar{S}_{1L1} = \bar{U}_1 \bar{I}_{1L1}^*$ donde \bar{I}_{1L1} se puede calcular como:

$$\bar{I}_{1L1} = \left(\frac{\bar{U}_1 - \bar{U}_2}{\bar{Z}_{L1}} \right) + \bar{U}_1 \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right)_{L1} = 166.50 - j81.966 \text{ A}$$

Por tanto $\bar{S}_{1L1} = \bar{U}_1 \bar{I}_{1L1}^* = 13.194 + j7.6986 \text{ MVA}$.

Así la potencia compleja total en el origen de la línea L1 es:

$$\bar{S}_{1TL1} = 39.583 + j23.096 \text{ MVA} = P_{1TL1} + jQ_{1TL1}$$

Como la potencia activa en el nudo 2 es $P_{2T} = 45 \cdot 0.85 = 38.25 \text{ MW}$, resulta que las pérdidas de potencia activa totales ahora son: $39.583 \text{ MW} - 38.25 \text{ MW} = 1.3326 \text{ MW}$.

Por tanto el rendimiento del transporte, en tanto por ciento, es:

$$\eta = \frac{P_{2T}}{P_{1TL1}} 100 = 96.633 \%$$