

En este capítulo...

- 2.1 Introducción
- 2.2 Transformadores monofásicos de dos devanados
- 2.3 Sistema de valores en por unidad. Circuitos en por unidad para transformadores
- 2.4 Transformadores trifásicos de dos devanados
- 2.5 Circuitos de secuencia en por unidad de transformadores trifásicos de dos devanados
- 2.6 Transformadores trifásicos de tres devanados. Circuitos de secuencia en por unidad
- 2.7 Transformadores trifásicos de regulación
- 2.8 Máquinas síncronas. Circuitos de secuencia sencillos de las máquinas

Elementos fundamentales de los sistemas de energía eléctrica. Máquinas eléctricas



2.1 INTRODUCCIÓN

Las máquinas síncronas y los transformadores eléctricos son elementos esenciales de los sistemas de energía eléctrica.

En su régimen normal de funcionamiento, los generadores síncronos convierten habitualmente energía mecánica en energía eléctrica, inyectando potencia eléctrica activa en los sistemas eléctricos.

Los transformadores permiten el trasvase de potencias entre partes de un sistema de energía eléctrica a diferentes niveles de tensión. Estos elementos contribuyen además a un transporte eficiente de la energía eléctrica en las redes eléctricas.

Se comienza en el capítulo por la descripción de circuitos equivalentes de transformadores monofásicos ideales y reales. A continuación se tratan los transformadores trifásicos de dos devanados y sus circuitos de secuencia en valores por unidad y después, los circuitos de secuencia de los transformadores trifásicos de tres devanados. Más adelante el capítulo describe los circuitos equivalentes de los transformadores de regulación. Se finaliza el capítulo describiendo los circuitos de secuencia sencillos de las máquinas síncronas.

Además, en la literatura especializada se describen otras máquinas eléctricas afines y sus circuitos de secuencia, que son similares a los recogidos en este capítulo.

2.2 TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS DE DOS DEVANADOS

En éste apartado se comentan brevemente los circuitos equivalentes de los transformadores monofásicos ideales y reales de dos devanados en régimen permanente (estacionario sinusoidal).

2.2.1 Transformador monofásico ideal de dos devanados

El transformador ideal, sin pérdidas, considerado en este apartado tiene un devanado primario con N_p espiras (o vueltas) y un devanado secundario con N_s espiras. Su relación de transformación r es, en principio, un número real, y se puede expresar como (ver Figura 2.1):

$$r = \frac{N_p}{N_s} = \frac{\bar{E}_p}{\bar{E}_s} = \frac{\bar{U}_p}{\bar{U}_s} = \frac{\bar{I}_s}{\bar{I}_p} \quad (2.1)$$

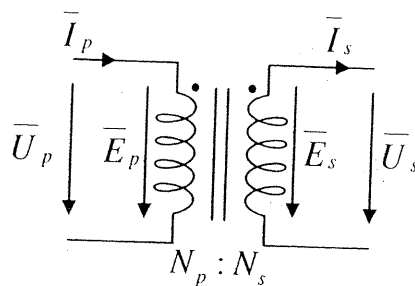


Figura 2.1. Circuito equivalente para un transformador monofásico ideal

Si en el devanado secundario se conecta una impedancia $\bar{Z}_s = \bar{U}_s/\bar{I}_s$, entonces la impedancia del secundario observada desde el primario (o adaptada al primario) es:

$$\frac{\bar{U}_p}{\bar{I}_p} = \frac{r \cdot \bar{U}_s}{\frac{1}{r} \cdot \bar{I}_s} = r^2 \cdot \bar{Z}_s \quad (2.2)$$

Otro elemento ideal es el que denominaremos «transformador monofásico ideal de desplazamiento de fase», que esencialmente modifica la fase de los fasores de las tensiones (e intensidades) de un lado al otro de dicho transformador. En este caso, la tensión (intensidad) del lado primario está adelantada un ángulo ϕ respecto a la tensión (intensidad) del lado secundario en el transformador de la Figura 2.2. Así se tienen

las relaciones siguientes (se puede comprobar que, como en el caso anterior del transformador monofásico ideal, se mantiene la igualdad de potencia aparente en primario y secundario):

$$\begin{aligned}\bar{U}_p &= \bar{E}_p = e^{j\phi} \cdot \bar{E}_s = e^{j\phi} \cdot \bar{U}_s \\ \bar{I}_p &= e^{j\phi} \cdot \bar{I}_s\end{aligned}\quad (2.3)$$

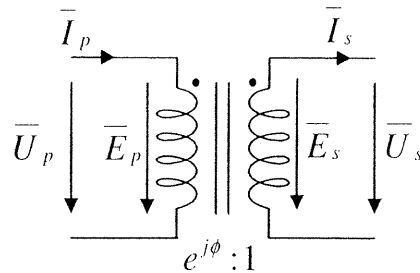


Figura 2.2. Circuito equivalente para un «transformador monofásico ideal de desplazamiento de fase»

En este tipo de elemento ideal, al conectar una impedancia \bar{Z}_s en el lado secundario, la impedancia observada (o adaptada) desde el primario es:

$$\frac{\bar{U}_p}{\bar{I}_p} = \frac{e^{j\phi} \cdot \bar{U}_s}{e^{j\phi} \cdot \bar{I}_s} = \frac{\bar{U}_s}{\bar{I}_s} = \bar{Z}_s \quad (2.4)$$

2.2.2 Transformador monofásico real de dos devanados

El circuito equivalente de la Figura 2.3 representa un transformador monofásico real de dos devanados, donde:

- R_p y R_s representan las resistencias asociadas a los conductores reales de los devanados primario y secundario del transformador.
- X_p y X_s representan las reactancias asociadas a los devanados (primario y secundario).
- R_{Fe} y X_{mg} representan, respectivamente, la resistencia cuyas pérdidas son equivalentes a las pérdidas en el núcleo magnético y la reactancia de magnetización.
- \bar{I}_v , \bar{I}_{Fe} y \bar{I}_{mg} representan la intensidad de vacío y sus componentes: la intensidad asociada a las pérdidas en el núcleo y la intensidad de magnetización.

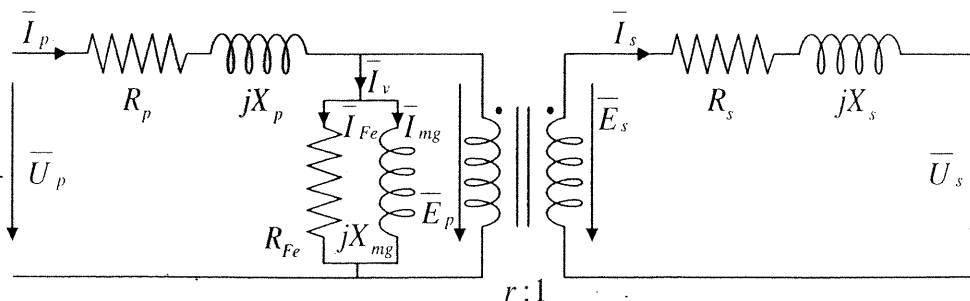


Figura 2.3. Circuito equivalente de un transformador monofásico real de dos devanados

La Figura 2.4 recoge el circuito equivalente del transformador mencionado cuando R_s y X_s están referidas al devanado del primario.

Dado que en las condiciones habituales de funcionamiento (plena carga) se suele despreciar (por ser mucho más pequeño) el valor de la intensidad \bar{I}_v frente al valor de \bar{I}_p , resulta que el circuito equivalente

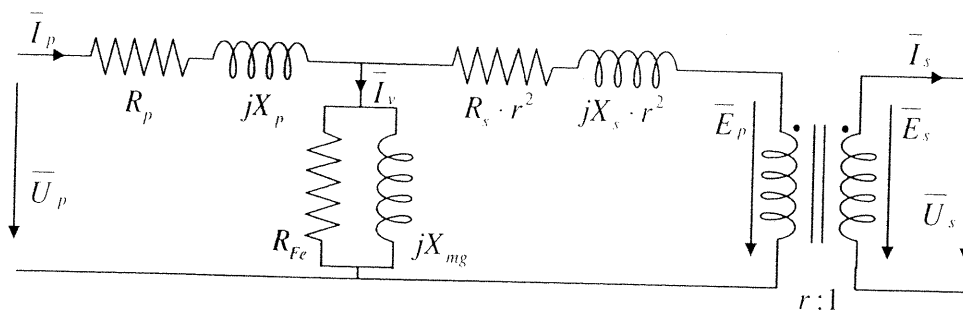


Figura 2.4. Circuito equivalente de un transformador monofásico real de dos devanados, con las impedancias de secundario referidas al primario

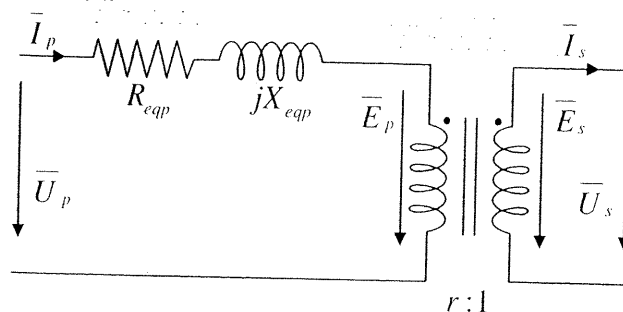


Figura 2.5. Circuito equivalente aproximado de un transformador monofásico real de dos devanados, omitiendo la rama paralelo, con las impedancias de secundario referidas al primario

aproximado resultante es el de la Figura 2.5, en el que se ha omitido la rama paralelo (anteriormente indicada en la Figura 2.4). De esta forma, en la Figura 2.5 se tiene, referido al primario:

$$R_{eqp} = R_p + r^2 \cdot R_s \quad \text{y} \quad X_{eqp} = X_p + r^2 \cdot X_s \quad (2.5)$$

Si se puede llegar a considerar que R_{eqp} es significativamente menor que X_{eqp} , entonces el circuito equivalente aproximado del transformador monofásico es el representado en la Figura 2.6 (donde no se han representado los elementos responsables de las pérdidas en el transformador).

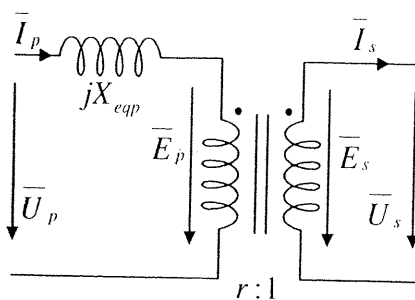


Figura 2.6. Circuito equivalente aproximado de un transformador monofásico de dos devanados, omitiendo las pérdidas, con la reactancia de secundario referida al primario

2.3 SISTEMA DE VALORES EN POR UNIDAD.

CIRCUITOS EN POR UNIDAD PARA TRANSFORMADORES

En este apartado se comenta brevemente el sistema de valores por unidad y la representación de los circuitos equivalentes de los transformadores monofásicos reales de dos devanados en valores por unidad.

En estudios habituales de los sistemas de energía eléctrica es frecuente utilizar magnitudes expresadas en por unidad (p.u. o pu) tales como tensiones, potencias, impedancias e intensidades, es decir, magnitudes

expresadas en tanto por uno con respecto a unas «bases» (o valores «base») de tensión, potencia, impedancia e intensidad, seleccionadas previamente. Igualmente se habla de la selección de valores de tensión «base», de valores de potencia «base», etc., (o valores de «base» para la tensión, la potencia, etc.). Se dice entonces que los cálculos se realizan en **por unidad**, con valores adimensionales que presentan ciertas ventajas con respecto a sus homólogos con dimensiones.

Entre las ventajas de los cálculos en por unidad conviene destacar que los valores característicos en pu de impedancias en transformadores reales (y en las máquinas eléctricas en general) se encuentran dentro de rangos conocidos cuando los valores base se seleccionan de entre los nominales de placa de características, por lo que es relativamente sencillo detectar errores (si, por ejemplo, tales valores característicos están fuera de los rangos habituales). Es de resaltar que la principal ventaja estriba en la simplificación que en los circuitos equivalentes de transformadores se obtiene con la selección adecuada de los valores base a emplear. Si se seleccionan valores base de tensión adecuados, las impedancias en pu del transformador referidas al primario o al secundario tienen el mismo valor.

En un transformador monofásico de dos devanados conviene elegir primero los valores base de potencia y de tensión de acuerdo a las siguientes reglas:

- El valor base de potencia (S_b) es el mismo en ambos devanados (primario y secundario) del transformador.
- El cociente entre el valor de tensión nominal (U_p en el devanado primario, U_s en el devanado secundario) y el correspondiente valor base de tensión (U_{bp} en primario, U_{bs} en secundario) es el mismo para ambos devanados (primario y secundario) del transformador.

A partir de los valores base de potencia y de tensión seleccionados para cada zona (primario, secundario) de cada transformador, es posible definir el resto de los valores base, que han de cumplir:

$$I_{bp} = \frac{S_b}{U_{bp}}, \quad I_{bs} = \frac{S_b}{U_{bs}}, \quad Z_{bp} = \frac{U_{bp}}{I_{bp}} = \frac{U_{bp}^2}{S_b} \quad \text{y} \quad Z_{bs} = \frac{U_{bs}}{I_{bs}} = \frac{U_{bs}^2}{S_b} \quad (2.6)$$

Como consecuencia de la elección de valores base de acuerdo con estas reglas, se puede comprobar que se puede omitir (en el circuito equivalente en pu) el elemento de transformación ideal en pu y que las impedancias de un transformador tienen el mismo valor, en por unidad, tanto si están referidas al devanado primario como si lo están al secundario del transformador. Así, se tiene que el circuito equivalente del transformador monofásico real de dos devanados de la Figura 2.5, cuando se expresa en por unidad, viene representado por la Figura 2.7.

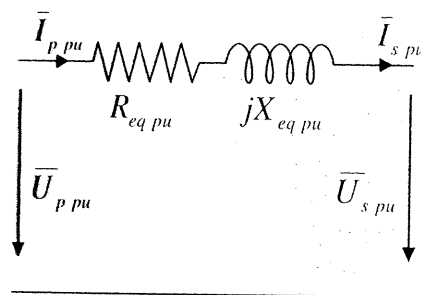


Figura 2.7. Circuito equivalente aproximado de un transformador monofásico real de dos devanados, en por unidad, omitiendo la rama paralelo

En el caso del circuito equivalente del transformador de la Figura 2.6, al ser representado en por unidad, se tiene el circuito de la Figura 2.8.

Cuando en los cálculos están involucrados diferentes equipos (distintos generadores, motores, transformadores, etc.), las reglas de selección son similares a las anteriormente comentadas. Así, se seleccionan:

- El valor base de potencia (S_b), que es un valor único elegido para el sistema.

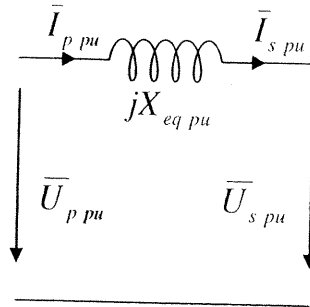


Figura 2.8. Circuito equivalente aproximado de un transformador monofásico de dos devanados, en por unidad, omitiendo la rama paralelo y las pérdidas

- b) Los valores de las tensiones base al pasar de un devanado a otro (de una zona a otra) en cada transformador del sistema, que se eligen de modo que su cociente sea igual a la relación de transformación entre ambos devanados de ese transformador.

Puesto que los valores característicos (en pu) de los distintos equipos son dados por los fabricantes de los mismos en función de los valores nominales de placa de características, es necesario expresar estos «antiguos» valores característicos $\bar{Z}_{pu\text{antigua}}$ (en pu) en función de las nuevas bases del sistema (S_b y U_b). Así, para impedancias en pu (respecto a las nuevas bases del sistema) se tiene:

$$\bar{Z}_{pu} = \frac{\bar{Z}}{Z_b} = \frac{\bar{Z}_{pu\text{antigua}} \cdot Z_{b\text{antigua}}}{Z_b} = \bar{Z}_{pu\text{antigua}} \cdot \frac{U_{b\text{antigua}}^2}{U_b^2} \cdot \frac{S_b}{S_{b\text{antigua}}} \quad (2.7)$$

2.4 TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS DE DOS DEVANADOS

Tres transformadores monofásicos como los anteriormente descritos, conectados adecuadamente a un sistema trifásico de tensiones, forman un banco trifásico de transformación (o banco de transformadores trifásico). Otra posibilidad consiste en un único transformador trifásico cuyos arrollamientos comparten un mismo núcleo magnético. Tanto en un caso como en otro, la conexión de los devanados de primario (y los de secundario) entre sí puede realizarse en diferentes formas llamadas «modos de conexión». Los modos más comunes resultan ser las conexiones en estrella (designadas por las letras Y/y) y en triángulo (designadas por las letras D/d).

En transformadores trifásicos, la definición de la «relación de transformación nominal (trifásica)» se realiza habitualmente a través de las tensiones de línea, siendo definida como el cociente entre la tensión nominal de línea mayor y la tensión nominal de línea menor.

Por último, es importante señalar la característica denominada «índice horario», h , un valor numérico entero comprendido entre 0 y 11, que representa el desfase (en múltiplos de 30°) producido en vacío cuando se alimenta el transformador trifásico con un sistema de tensiones de secuencia directa, desfase medido en fases homólogas, entre la tensión de fase en el lado de mayor tensión (lado H) y la tensión de fase en el lado de menor tensión (lado X).

La designación normalizada (UNE-EN 60076-1) determina con un grupo de letras y números la organización de los modos de conexión, índices horarios y relaciones de transformación para un transformador trifásico: el modo de conexión del lado de mayor tensión se determina con su letra característica en mayúsculas y el lado de menor tensión, con la letra en minúsculas, incluyendo con la letra N (n en el lado de menor tensión) la posibilidad de acceder a la conexión del neutro del transformador en aquellos modos que lo permitan. A continuación, un número entero entre 0 y 11 indica el valor del índice horario, mientras que la relación de transformación se especifica con las tensiones de línea, en kV, separadas por una barra. Así, el transformador YNd5 220/22 kV tiene los devanados de 220 kV de tensión nominal de línea conectados en estrella con el neutro accesible, los devanados de 22 kV de tensión nominal de línea están conectados en triángulo, el desfase entre tensiones de fase homólogas es de 150° ($h = 5$) y su relación de transformación es igual a 10. En la Tabla 2.1 se pueden ver otros ejemplos comunes.

Tabla 2.1. Ejemplos de modos de conexión en transformadores trifásicos

Símbolo	Designación	Desfases
	YNy0	
	Dyn5	
	Yd11	

2.5 CIRCUITOS DE SECUENCIA EN POR UNIDAD DE TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS DE DOS DEVANADOS

En este apartado se considera que el transformador puede ser representado mediante sus tres circuitos de secuencia directa, inversa y homopolar. Designaremos al lado de mayor valor de tensión nominal como lado H , y al de menor valor como lado X . Si se eligen adecuadamente las bases, de acuerdo a las siguientes reglas:

- el valor base de potencia es el mismo en ambos devanados (lado H y lado X),
- el cociente entre el valor base de tensión y el correspondiente valor de tensión nominal es el mismo para ambos devanados (lado H y lado X),

entonces se puede comprobar que los circuitos de secuencia (en por unidad) de la máquina tienen las características comentadas a continuación.

El circuito de secuencia directa en por unidad, cuando el índice horario h es cero, se indica en la Figura 2.9, que coincide con el circuito de secuencia inversa en por unidad, también, con índice horario nulo.

En caso de que el índice horario h sea diferente de cero, entonces el circuito de secuencia directa en por unidad se indica en la Figura 2.10, donde aparece un transformador ideal de desplazamiento ϕ de fase para representar el desfase (como se dijo, desfase de tensiones en vacío) entre el lado H y el lado X del transformador, con $\phi = 30 \cdot h$ en grados. El circuito de secuencia inversa en por unidad es similar al de la Figura 2.10 pero utilizando el valor de $-\phi$.

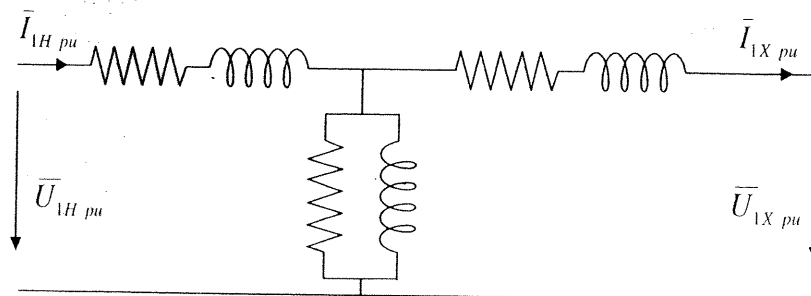


Figura 2.9. Circuito de secuencia directa en por unidad para un transformador con índice horario cero

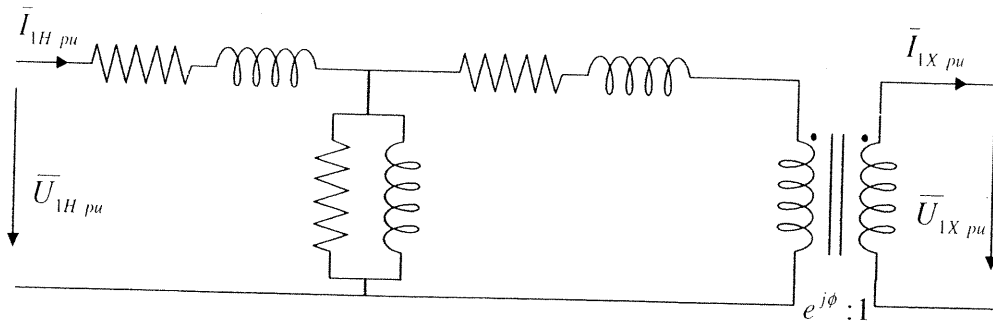


Figura 2.10. Circuito de secuencia directa en por unidad para un transformador con índice horario h no nulo

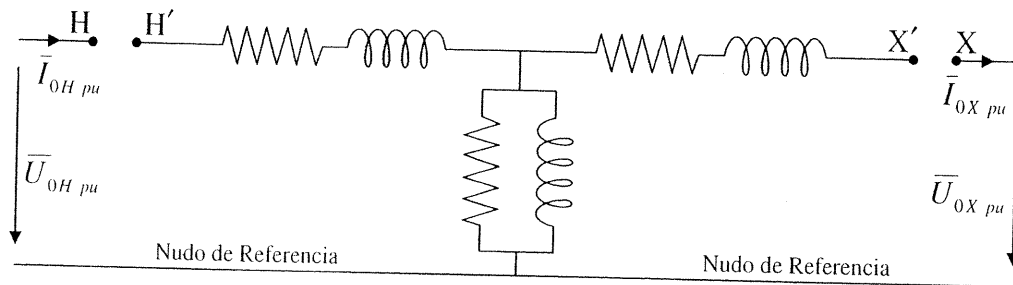


Figura 2.11. Circuito de secuencia homopolar en forma genérica, con valores en por unidad

El circuito de secuencia homopolar en por unidad se representa de forma genérica en la Figura 2.11. Si el lado H tiene conexión estrella y su neutro se une a tierra mediante una impedancia \bar{Z}_{Npu} , entonces se coloca una impedancia de valor $3\bar{Z}_{Npu}$ entre los terminales H y H' en la Figura 2.11 (obsérvese que si el neutro está directamente unido a tierra, $\bar{Z}_{Npu} = 0$ y H está directamente conectado con H' , mientras que si el neutro está aislado de tierra, entonces H está aislado de H'). Si el lado H tiene conexión triángulo, entonces el extremo H está aislado de H' y H' queda unido al nudo de referencia. Similares comentarios se pueden realizar para el lado X y los terminales X y X' .

Habitualmente se suele omitir en la práctica la rama paralelo de los circuitos de las anteriores Figuras 2.9, 2.10 y 2.11. En esta situación, el circuito aproximado de secuencia directa en por unidad, cuando el índice horario es cero, se indica en la Figura 2.12, (donde aparece la impedancia \bar{Z}_1 en valor por unidad) que coincide con el circuito aproximado de secuencia inversa en por unidad (donde aparecería la impedancia $\bar{Z}_2 = \bar{Z}_1$ en valor por unidad). Los fabricantes de equipos suelen referirse a la impedancia \bar{Z}_1 como «impedancia de cortocircuito», \bar{Z}_{cc} . Conviene observar que todas las magnitudes de la Figura 2.12 están representadas en por unidad, aun cuando, por simplicidad se ha omitido la indicación pu junto al símbolo de cada magnitud.

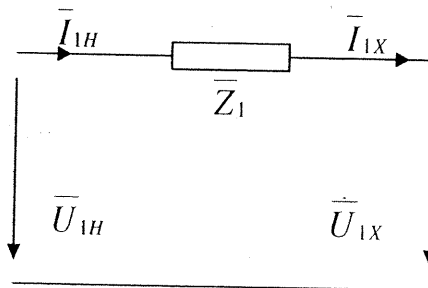


Figura 2.12. Circuito aproximado de secuencia directa para un transformador con índice horario nulo. Todas las magnitudes eléctricas están representadas en por unidad

En caso de que el índice horario sea diferente de cero, entonces el circuito aproximado de secuencia directa en por unidad se indica en la Figura 2.13 donde el valor de ϕ ya ha sido comentado anteriormente. El circuito aproximado de secuencia inversa en por unidad es similar al de la Figura 2.13 pero utilizando el

valor de $-\phi$. De nuevo, conviene observar que todas las magnitudes de la Figura 2.13 están representadas en por unidad, aun cuando por simplicidad se ha omitido la indicación pu junto al símbolo de cada magnitud. A partir de aquí se pueden hacer similares consideraciones en las siguientes figuras en cuanto a la representación en pu.

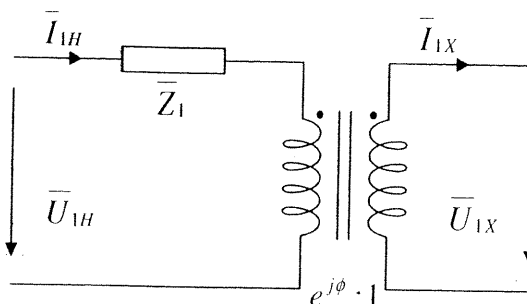


Figura 2.13. Circuito aproximado de secuencia directa para un índice horario no nulo. Todas las magnitudes eléctricas están representadas en por unidad

El circuito aproximado de secuencia homopolar en por unidad se representa de forma genérica en la Figura 2.14 (donde aparece la impedancia en por unidad \bar{Z}_0). Las conexiones de los bornes H y de H' (así como las de X y X') han sido comentadas anteriormente. Conviene observar que los fabricantes dan información para determinar los valores de \bar{Z}_1 , \bar{Z}_2 (generalmente, para transformadores, $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2$) y de \bar{Z}_0 .

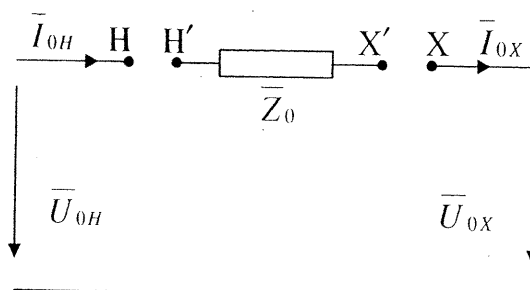


Figura 2.14. Circuito aproximado de secuencia homopolar, en forma genérica. Todas las magnitudes eléctricas están representadas en por unidad

2.6 TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS DE TRES DEVANADOS. CIRCUITOS DE SECUENCIA EN POR UNIDAD

En estas máquinas, la forma de designación agrupa los modos de conexión de los devanados ordenados según su mayor nivel de tensión, indicando las conexiones de neutro (si existen) y el índice horario entre el primer devanado y el segundo, y después, entre el primero y el tercero.

Así, un transformador trifásico de tres devanados denominado YNd11yn0 220/110/22 kV corresponde a un transformador trifásico de tres devanados con unos arrollamientos principales de 220 kV de tensión nominal de línea, conectados en estrella, con el neutro accesible, que realizan una transformación de tensiones respecto a los devanados de 110 kV de tensión nominal de línea (la relación de transformación es 2), que están conectados en triángulo con un desfase entre las tensiones de fase homólogas de 330° (índice horario 11) y otra transformación con los devanados de 22 kV de tensión nominal de línea conectados en estrella (la relación de transformación tiene el valor de 10), también con el neutro accesible y sin desfase entre tensiones de fase homólogas. Designaremos en lo que sigue al lado de mayor valor de tensión nominal como lado H, al de menor valor de tensión nominal como lado X y al de tensión nominal intermedia, lado Y.

Suponemos de nuevo que la máquina puede ser representada mediante sus tres circuitos de secuencia directa, inversa y homopolar. Si se eligen adecuadamente los valores base, de acuerdo a las siguientes reglas:

- a) el valor base de potencia es el mismo en los tres devanados del transformador (lado H , lado X y lado Y),
- b) el cociente entre el valor base de tensión y el correspondiente valor de tensión nominal es el mismo para los tres devanados del transformador (lado H , lado X y lado Y),

entonces se puede comprobar que los circuitos de secuencia (en por unidad) de la máquina tienen las características comentadas a continuación.

El circuito de secuencia directa en por unidad, cuando el índice horario es cero, se indica en la Figura 2.15, que coincide con el circuito de secuencia inversa en por unidad. Las impedancias en por unidad ($\bar{Z}_{1H}, \bar{Z}_{1Y}, \bar{Z}_{1X}$) se pueden obtener de forma aproximada a partir de valores de ensayos de cortocircuito, suministrados por el fabricante.

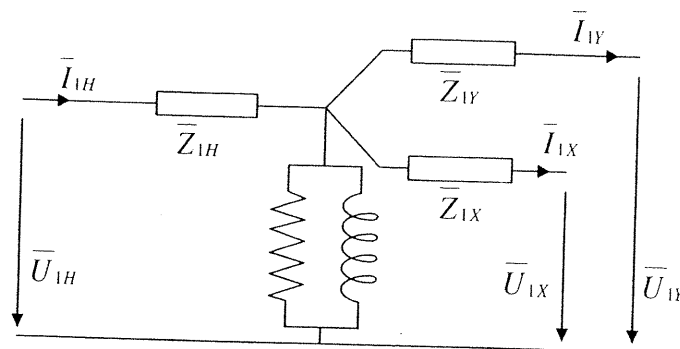


Figura 2.15. Circuito de secuencia directa para un transformador de tres devanados con índice horario nulo. Todas las magnitudes eléctricas están representadas en por unidad

Habitualmente, para representar el comportamiento del transformador en plena carga, se suele suprimir la rama paralelo de la Figura 2.15. Por tanto, el correspondiente circuito aproximado de secuencia directa en por unidad se representa en la Figura 2.16.

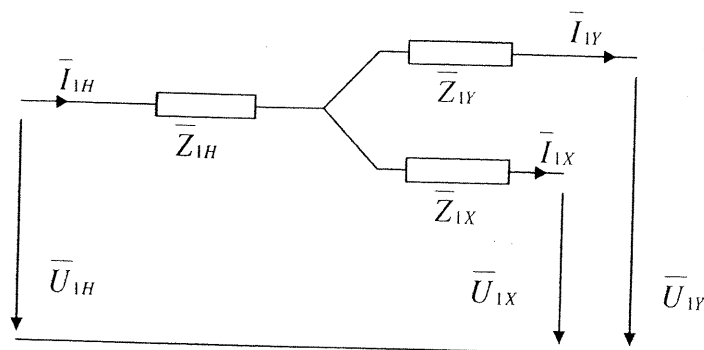


Figura 2.16. Circuito aproximado de secuencia directa para un transformador de tres devanados con índice horario nulo. Todas las magnitudes eléctricas están representadas en por unidad

Por simplicidad, omitiremos a partir de aquí la rama paralelo (que contiene la resistencia en el núcleo magnético y la reactancia de magnetización) en los circuitos aproximados de secuencia del transformador de tres devanados, que se presentan seguidamente.

En caso de que el índice horario h entre el devanado del lado H y cualquier otro devanado sea diferente de cero, es necesario tener en cuenta el transformador ideal de desplazamiento de fase (con $\phi = 30 \cdot h$ en grados) que representa el desfase entre las tensiones de los correspondientes devanados del transformador, tanto en secuencia directa como en inversa. Así, por ejemplo, si entre el devanado H y el devanado X el índice es h (y entre H e Y el índice es nulo), entonces el circuito aproximado de secuencia directa se representa en la Figura 2.17. En este caso el circuito de secuencia inversa es similar al de la Figura 2.17 pero utilizando $-\phi$.

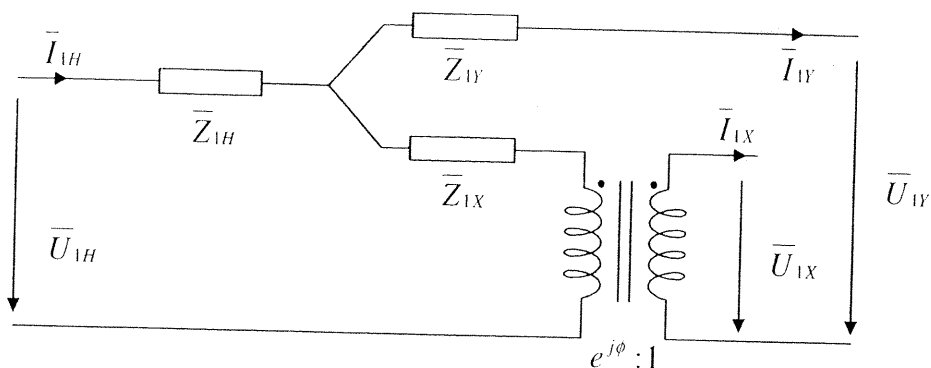


Figura 2.17. Ejemplo de circuito aproximado de secuencia directa para un transformador de tres devanados. Todas las magnitudes eléctricas están representadas en por unidad

El circuito aproximado de secuencia homopolar en por unidad se representa de forma genérica en la Figura 2.18. Las conexiones de H y de H', así como las de X y X', han sido comentadas antes en el caso del transformador de dos devanados, y son similares a las de Y e Y'.

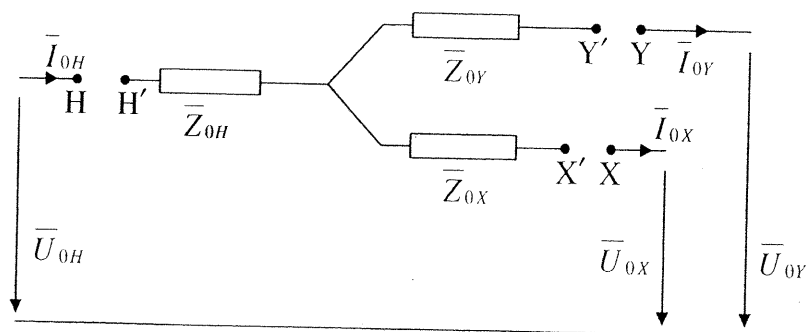


Figura 2.18. Circuito aproximado de secuencia homopolar para un transformador de tres devanados, en forma genérica. Todas las magnitudes eléctricas están representadas en por unidad

2.7 TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS DE REGULACIÓN

Este tipo de transformadores permiten modificar ligeramente su relación de transformación nominal, principalmente en magnitud (módulo) o en fase (ángulo), o en ambas características. Cuando su relación de transformación es diferente de la nominal (lo que quiere decir que, en por unidad, su relación de transformación no es unitaria), en su circuito de secuencia directa en por unidad (utilizando las reglas de elección de bases antes señaladas en este capítulo) es preciso incluir un elemento (transformador) ideal como se indicará en este apartado.

La capacidad de modificar ligeramente el módulo de la relación de transformación se realiza frecuentemente cambiando el número de espiras del devanado de mayor nivel de tensión (en las llamadas tomas variables de tensión) o utilizando un circuito acoplado con el principal, que a través de otro incorpora una tensión (de valor modificable y comparativamente pequeño) en fase con la tensión principal. En estos transformadores de regulación el circuito de secuencia directa en por unidad aparece representado en la Figura 2.19, donde se incluye la impedancia-serie del transformador \bar{Z}_{1pu} en por unidad junto con el elemento (transformador) ideal, antes indicado, con relación de transformación $a_t : 1$ (siendo a_t un número real) que tiene en cuenta la modificación de la relación de transformación en magnitud (módulo). El arrollamiento del lado de a_t se corresponde con el lado de las tomas variables (frecuentemente estas tomas están situadas en el arrollamiento de tensión más elevada).

Nótese que \bar{Z}_{1pu} es \bar{Z}_{cc} (expresada en pu) en el Capítulo 4. Igualmente obsérvese la posición que ocupa esta impedancia en la Figura 2.19 así como la situación de a_t en dicha figura.

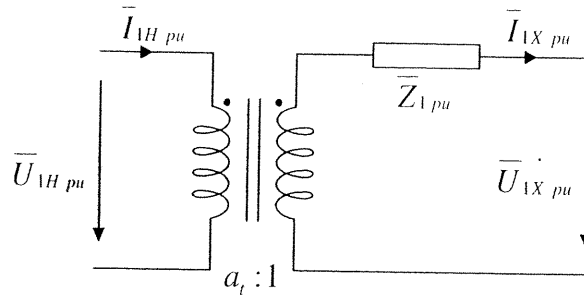


Figura 2.19. Circuito aproximado de secuencia directa en por unidad para un transformador de regulación de módulo con tomas variables en el lado de tensión más elevada, con relación a_t

Las relaciones entre las componentes simétricas de secuencia directa en por unidad de tensiones e intensidades vienen determinadas por la siguiente expresión en forma matricial (matriz de admitancias de nudo), siendo $\bar{Y}_{1 pu} = 1/\bar{Z}_{1 pu}$.

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1H pu} \\ -\bar{I}_{1X pu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_t^2} \cdot \bar{Y}_{1 pu} & -\frac{1}{a_t} \cdot \bar{Y}_{1 pu} \\ -\frac{1}{a_t} \cdot \bar{Y}_{1 pu} & \bar{Y}_{1 pu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H pu} \\ \bar{U}_{1X pu} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Nótese que $\bar{Y}_{1 pu}$ es \bar{Y}_{cc} (expresada en pu) en el Capítulo 4.

La Figura 2.20 representa un cuadripolo π equivalente al circuito de secuencia directa de la Figura 2.19 y que responde a la ecuación matricial (2.8).

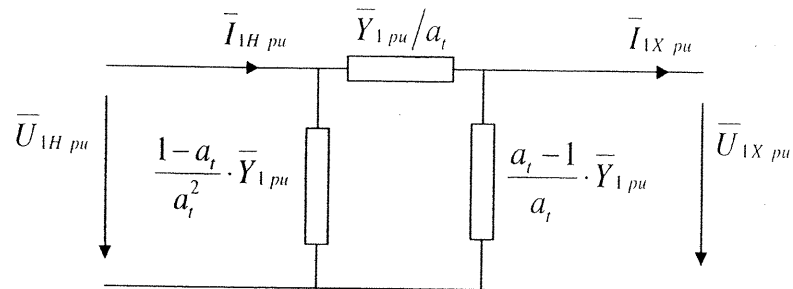


Figura 2.20. Circuito en π equivalente al circuito aproximado de secuencia directa en por unidad de la Figura 2.19, para un transformador de regulación de módulo, con relación a_t

En el caso de una modificación ligera del ángulo de la relación de transformación, ésta se efectúa habitualmente incorporando un circuito acoplado con el principal que incorpora una tensión (de valor modificable y comparativamente pequeño) desfasada un ángulo de $+90^\circ$ o -90° con la tensión en dicho devanado principal. En este caso el circuito de secuencia directa en por unidad aparece representado en la Figura 2.21, donde, de nuevo, se incluye la impedancia $\bar{Z}_{1 pu}$, junto con el elemento (transformador) ideal de relación $1 \angle \Delta\alpha : 1$ (siendo $\Delta\alpha$ un ángulo relativamente pequeño), teniendo en cuenta la modificación del ángulo de la relación de transformación.

En este caso, las relaciones entre las componentes simétricas básicas de secuencia directa en por unidad de tensiones e intensidades vienen determinadas por la siguiente expresión en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1H pu} \\ -\bar{I}_{1X pu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{1 pu} & -1 \angle \Delta\alpha \cdot \bar{Y}_{1 pu} \\ -1 \angle -\Delta\alpha \cdot \bar{Y}_{1 pu} & \bar{Y}_{1 pu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H pu} \\ \bar{U}_{1X pu} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Cuando se considera la modificación tanto del módulo como del ángulo de la relación de transformación, el circuito aproximado de secuencia directa en por unidad es similar al de la Figura 2.21, donde aparece

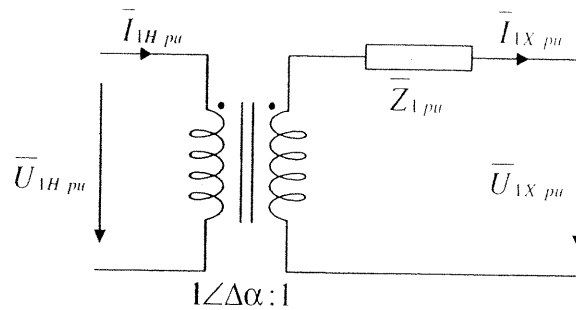


Figura 2.21. Circuito aproximado de secuencia directa en por unidad, para un transformador de regulación de ángulo con tomas variables en el lado de tensión más elevada, con relación $1 \angle \Delta\alpha$

un elemento ideal con relación de transformación compleja $\bar{a}_t : 1$ (siendo \bar{a}_t un número complejo) y las relaciones entre tensiones e intensidades son las de la ecuación siguiente:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1H\ pu} \\ -\bar{I}_{1X\ pu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{a}_t \cdot \bar{a}_t^*} \cdot \bar{Y}_{1\ pu} & -\frac{1}{\bar{a}_t^*} \cdot \bar{Y}_{1\ pu} \\ -\frac{1}{\bar{a}_t} \cdot \bar{Y}_{1\ pu} & \bar{Y}_{1\ pu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H\ pu} \\ \bar{U}_{1X\ pu} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

siendo \bar{a}_t^* el conjugado de la relación de transformación compleja \bar{a}_t .

2.8 MÁQUINAS SÍNCRONAS.

CIRCUITOS DE SECUENCIA SENCILLOS DE LAS MÁQUINAS

La máquina síncrona actuando como generador transforma la energía mecánica en energía eléctrica ofreciendo por lo general una buena capacidad de regulación de la potencia producida.

Esta máquina eléctrica está constituida básicamente por el rotor y el estator. Se considerará que el campo magnético es creado por los devanados alojados en el rotor alimentados con corriente continua; y que en el estator se han alojado tres juegos de devanados distribuidos apropiadamente, generándose en ellos un sistema trifásico equilibrado de tensiones. Considerando por simplicidad un generador cuyos devanados estatóricos están conectados en estrella, las tensiones de fase generadas en estos devanados, que constituyen cada una de las tres fases, son esencialmente tres tensiones sinusoidales (con pulsación $\omega = 2\pi f$, siendo f la frecuencia considerada) desfasadas entre sí 120° , cuya amplitud es $\sqrt{2}E$, donde E representa el valor eficaz de la tensión de fase generada. Los fasores correspondientes a estas tensiones se denominarán \bar{E}_A , \bar{E}_B y \bar{E}_C donde se considerará que forman un sistema trifásico de fasores de tensiones equilibradas (cuyo módulo es E) de secuencia directa. Así pues:

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_A \\ \bar{E}_B \\ \bar{E}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{E}_{1G} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

siendo a el fasor $1 \angle 120^\circ$, \bar{E}_{1G} la componente simétrica básica de secuencia directa de los fasores \bar{E}_A , \bar{E}_B y \bar{E}_C (obsérvese que $\bar{E}_{1G} = \bar{E}_A$). Por simplicidad, en adelante a estos fasores de tensión de fase \bar{E}_A , \bar{E}_B y \bar{E}_C se les denominará tensiones de fase.

Bajo condiciones de simetría, en el contexto utilizado para la resolución de problemas, se considerará que los circuitos de secuencia aproximados (modelización sencilla) de un generador síncrono se representan usando las impedancias de secuencia \bar{Z}_{1G} , \bar{Z}_{2G} y \bar{Z}_{0G} (impedancias de secuencia directa, de secuencia inversa y de secuencia homopolar del generador síncrono, respectivamente). En el caso del circuito de secuencia directa la impedancia \bar{Z}_1 (en dicho circuito de secuencia directa) es \bar{Z}_{1G} y está en serie con una fuente de tensión \bar{E}_{1G} que, como se dijo, es la componente simétrica básica de secuencia directa de las tensiones \bar{E}_A , \bar{E}_B y \bar{E}_C . En la Figura 2.22 se muestran los circuitos de secuencia para el generador síncrono

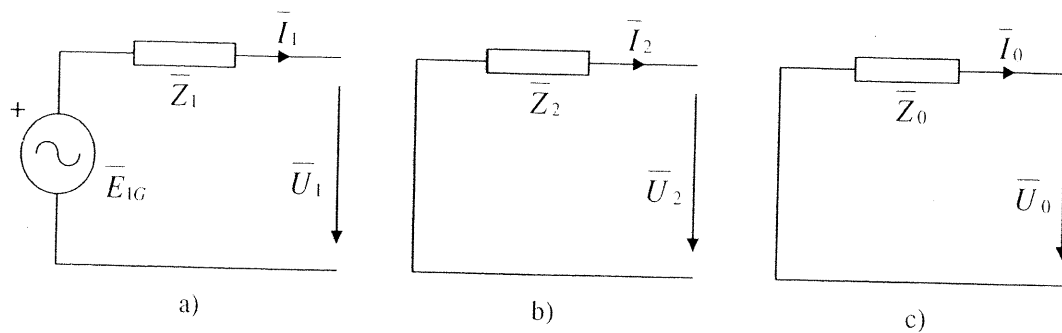


Figura 2.22. Circuitos de secuencia sencillos del generador síncrono: (a) de secuencia directa, (b) de secuencia inversa, (c) de secuencia homopolar

con conexión en estrella y neutro conectado a tierra a través de una impedancia \bar{Z}_{NG} . La impedancia \bar{Z}_2 del circuito de secuencia inversa es \bar{Z}_{2G} y la impedancia \bar{Z}_0 del circuito de secuencia homopolar es $\bar{Z}_{0G} + 3\bar{Z}_{NG}$. En general, los valores de las impedancias de secuencia del generador síncrono \bar{Z}_{1G} , \bar{Z}_{2G} y \bar{Z}_{0G} son diferentes entre sí.

Habitualmente, en régimen permanente equilibrado, la impedancia (reactancia) de secuencia directa se denomina frecuentemente impedancia (reactancia) síncrona.

En el análisis de faltas en un sistema de energía eléctrica, frecuentemente se consideran valores diferentes de la impedancia (reactancia) de secuencia directa dependiendo del estudio realizado: impedancia (reactancia) subtransitoria, o bien transitoria, o bien de régimen permanente (en estado de cortocircuito).

En estudios de estabilidad transitoria (estudios sencillos de una oscilación), para un sistema de energía eléctrica sometido a perturbaciones equilibradas, se utilizará el valor de impedancia (reactancia) transitoria como impedancia (reactancia) de secuencia directa en la resolución de problemas.

Obsérvese que los circuitos de secuencia sencillos para la máquina síncrona actuando como motor son similares a los de la máquina síncrona como generador, representadas en la Figura 2.22, si bien las componentes simétricas de las intensidades se consideran en sentido contrario al dibujado en la Figura 2.22; las impedancias de los circuitos de secuencia se obtendrían utilizando las impedancias de secuencia del motor (y la impedancia de conexión de su neutro a tierra, si la hubiera) y la fuente de tensión en el circuito de secuencia directa correspondería a la componente simétrica básica de secuencia directa de las tensiones del motor, supuesto que sus tensiones (de fase) sean equilibradas y de secuencia directa.

PROBLEMAS RESUELTOS

- 2.1 Calcular las tensiones e intensidades en régimen permanente (estacionario sinusoidal), que se establecen en el primario (660 V de tensión nominal) y secundario (150 V de tensión nominal) de un transformador monofásico de dos devanados, supuesto ideal, de 4000 VA de potencia nominal, cuando está conectado a una carga monofásica que absorbe 3580 W, con factor de potencia 0.85 inductivo y el primario está alimentado a una tensión de 658 V. ¿Qué valor tiene, en ohmios, la impedancia que representa a la carga monofásica conectada en el secundario del transformador y cuál sería su valor si se midiera desde el devanado primario? Calcular las potencias complejas que circulan por los devanados del transformador.

RESOLUCIÓN.

En la Figura 2.23 se representa el circuito equivalente para el transformador monofásico ideal que alimenta a una carga.

Mediante la relación de transformación, obtenida del cociente entre tensiones nominales $U_{np} = 660$ V y $U_{ns} = 150$ V, podemos relacionar las variables eléctricas de ambos lados del transformador. Así:

$$r = \frac{U_{np}}{U_{ns}} = \frac{660}{150} = 4.40$$

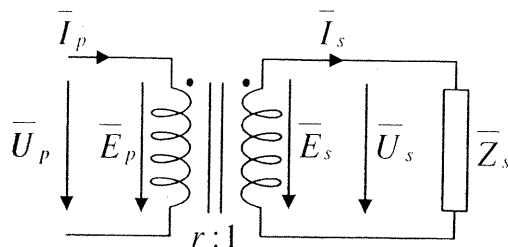


Figura 2.23. Circuito equivalente del problema 2.1

Si se utiliza como origen de ángulos la tensión primaria, $\bar{U}_p = 658 \angle 0^\circ$ V, la tensión en el secundario es:

$$\bar{U}_s = \frac{\bar{U}_p}{r} = \frac{658 \angle 0^\circ}{4.40} = 149.55 \angle 0^\circ \text{ V}$$

y la intensidad del secundario puede obtenerse entonces a partir de la potencia activa P_s absorbida por la carga (el factor de potencia de la carga, $\cos \varphi_s$, está definido como el coseno del ángulo entre los fasores de tensión e intensidad de la carga). Así:

$$P_s = U_s \cdot I_s \cdot \cos \varphi_s$$

$$\bar{I}_s = I_s \angle \varphi_s = \frac{P_s}{U_s \cdot \cos \varphi_s} \angle \varphi_s$$

$$\bar{I}_s = \frac{3580}{149.55 \cdot 0.85} \angle -\arccos 0.85 = 28.164 \angle -31.788^\circ \text{ A}$$

Y la intensidad en el primario resulta ser:

$$\bar{I}_p = \frac{\bar{I}_s}{r} = \frac{28.164 \angle -31.788^\circ}{4.40} = 6.4009 \angle -31.788^\circ \text{ A}$$

La impedancia puede calcularse como la relación entre tensión e intensidad. En el secundario:

$$\bar{Z}_s = \frac{\bar{U}_s}{\bar{I}_s} = \frac{149.55 \angle 0^\circ}{28.164 \angle -31.788^\circ} = 5.3099 \angle 31.788^\circ \Omega$$

Y la impedancia referida al devanado primario (la que puede medirse desde el primario):

$$\frac{\bar{U}_p}{\bar{I}_p} = \frac{658 \angle 0^\circ}{6.4009 \angle -31.788^\circ} = 102.80 \angle 31.788^\circ \Omega$$

o bien, $r^2 \cdot \bar{Z}_s = (4.40)^2 \cdot 5.3099 \angle 31.788^\circ = 102.80 \angle 31.788^\circ \Omega$.

En cuanto a las potencias complejas que circulan por los devanados del transformador ideal, se verifica que $\bar{S}_p = \bar{U}_p \cdot \bar{I}_p^* = \bar{U}_s \cdot \bar{I}_s^* = \bar{S}_s$. En este caso:

$$\bar{S}_p = \bar{U}_p \cdot \bar{I}_p^* = 658 \angle 0^\circ \cdot 6.4009 \angle 31.788^\circ = 4211.76 \angle 31.788^\circ \text{ VA}$$

$$\bar{S}_p = P_p + jQ_p = 3580.00 \text{ W} + j2218.68 \text{ VAR} = P_s + jQ_s = \bar{S}_s$$

► 2.2 Los datos de un transformador real monofásico de dos devanados son los siguientes: potencia aparente nominal: 250 kVA; tensiones nominales: 15 kV/250 V; impedancia-serie de cortocircuito (referida al devanado de 15 kV): $18 + j31.17 \Omega$.

Determinar el circuito equivalente simplificado del transformador, en dos casos:

- Teniendo en cuenta la caída de tensión y las pérdidas en devanados del transformador real, con valores de impedancias referidas al lado de la tensión más elevada (y sin considerar la rama paralelo asociada al núcleo magnético).

- b) Con condiciones similares a las del apartado a), pero omitiendo las pérdidas de potencia en los devanados y con valores de impedancias referidas al lado de la tensión menos elevada.

En cada uno de los dos circuitos equivalentes de los apartados a) y b), calcular las tensiones, intensidades y potencias que se establecen en el transformador real monofásico en régimen permanente, cuando se conecta al devanado de menor tensión una carga monofásica que absorbe 222 kW con factor de potencia 0.92 inductivo, alimentada a una tensión de 230 V.

RESOLUCIÓN.

Apartado a). El circuito equivalente simplificado del transformador real, con la modelización de caídas de tensión y pérdidas en los devanados, se representa en la Figura 2.24 (sin la rama paralelo formada por la resistencia de pérdidas en el hierro y la reactancia de magnetización), y con la impedancia-serie $\bar{Z}_{eqH} = R_{eqH} + jX_{eqH} = 18 + j31.17 \Omega = 35.994 \angle 59.995^\circ \Omega$, referida al devanado de mayor tensión y la carga conectada al devanado de menor tensión.

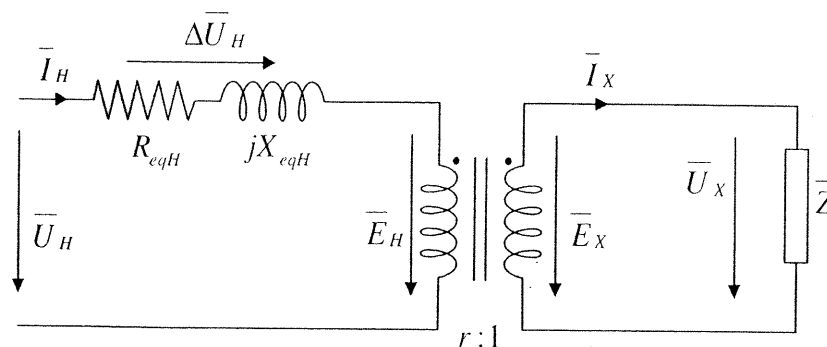


Figura 2.24. Circuito equivalente simplificado del apartado a) del problema 2.2

La relación de transformación es:

$$r = \frac{\bar{E}_H}{\bar{E}_X} = \frac{\bar{I}_X}{\bar{I}_H} = \frac{U_{nH}}{U_{nX}} = \frac{15000}{250} = 60.0$$

Tomando $\bar{U}_X = \bar{E}_X = 230 \angle 0^\circ$ V, resulta:

$$\bar{E}_H = r \cdot \bar{E}_X = 60.0 \cdot 230 \angle 0^\circ = 13800 \angle 0^\circ$$

Por otra parte, la intensidad \bar{I}_X que atraviesa la carga monofásica es:

$$\bar{I}_X = I_X \angle \varphi_X = \frac{P_X}{U_X \cdot \cos \varphi_X} \angle \varphi_X = \frac{222000}{230 \cdot 0.92} \angle -\arccos 0.92 = 1049.1 \angle -23.074^\circ$$

Y la intensidad que recorre el devanado de tensión más elevada es:

$$\bar{I}_H = \frac{\bar{I}_X}{r} = \frac{1049.1 \angle -23.074^\circ}{60.0} = 17.486 \angle -23.074^\circ$$

Además, en la Figura 2.24 se tiene:

$$\Delta \bar{U}_H = \bar{I}_H \cdot \bar{Z}_{eqH} = 17.486 \angle -23.074^\circ \cdot 35.994 \angle 59.995^\circ = 629.38 \angle 36.921^\circ$$

Y entonces, la tensión en el devanado de mayor tensión es:

$$\bar{U}_H = \Delta \bar{U}_H + \bar{E}_H = 629.38 \angle 36.921^\circ + 13800 \angle 0^\circ = 14308.17 \angle 1.514^\circ$$

En cuanto a las potencias en los devanados del transformador:

$$\bar{S}_X = \bar{U}_X \cdot \bar{I}_X^* = 230 \angle 0^\circ \cdot 1.0491 \angle 23.074^\circ = 241.30 \angle 23.074^\circ \text{ kVA}$$

$$\bar{S}_X = P_X + jQ_X = 222.0 \text{ kW} + j94.572 \text{ kVAr}$$

$$\bar{S}_H = \bar{U}_H \cdot \bar{I}_H^* = 14.308 \angle 1.514^\circ \cdot 17.486 \angle 23.074^\circ = 250.19 \angle 24.588^\circ \text{ kVA}$$

$$\bar{S}_H = P_H + jQ_H = 227.50 \text{ kW} + j104.10 \text{ kVAr}$$

Apartado b). El esquema simplificado del transformador real, con la representación únicamente de caídas de tensión y sin pérdidas, se representa mediante el siguiente circuito equivalente de la Figura 2.25, donde, al no considerarse las pérdidas de potencia en los devanados, la resistencia de los mismos es nula, por lo que únicamente se considera la reactancia con un valor $jX_{eqH} = j31.17 \Omega = 31.17 \angle 90^\circ \Omega$, referida al devanado de 15 kV de tensión nominal; entonces esta impedancia referida al devanado de 250 V será:

$$jX_{eqX} = \frac{jX_{eqH}}{r^2} = \frac{j31.17}{(60.0)^2} = 8.6583 \angle 90^\circ \text{ m}\Omega$$

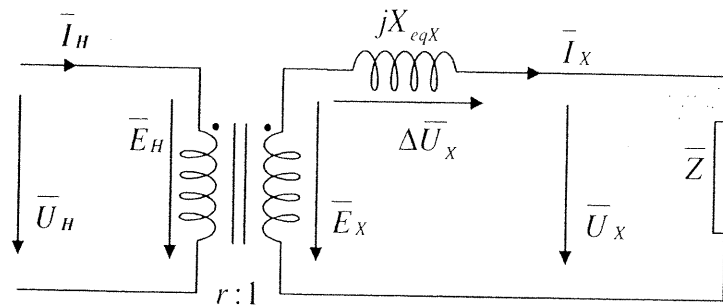


Figura 2.25. Circuito equivalente simplificado del apartado b) del problema 2.2

Como las condiciones de la carga son iguales a las del caso anterior, se tendrá entonces que:

$$\bar{U}_X = 230 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_X = 1049.1 \angle -23.074^\circ \text{ A} = 1.0491 \angle -23.074^\circ \text{ kA}$$

Y puesto que:

$$\Delta \bar{U}_X = \bar{I}_X \cdot jX_{eqX} = 1.0491 \angle -23.074^\circ \cdot 8.6583 \angle 90^\circ = 9.0839 \angle 66.926^\circ \text{ V}$$

resulta:

$$\bar{E}_X = \Delta \bar{U}_X + \bar{U}_X = 9.0839 \angle 66.926^\circ + 230 \angle 0^\circ = 233.71 \angle 2.049^\circ \text{ V}$$

y entonces tensión e intensidad, en el devanado de mayor tensión, toman los valores:

$$\bar{U}_H = \bar{E}_H = r \cdot \bar{E}_X = 60.0 \cdot 233.71 \angle 2.049^\circ = 14022.58 \angle 2.049^\circ \text{ V} = 14.023 \angle 2.049^\circ \text{ kV}$$

$$\bar{I}_H = \frac{\bar{I}_X}{r} = \frac{1049.1 \angle -23.074^\circ}{60.0} = 17.486 \angle -23.074^\circ \text{ A}$$

En este caso, las potencias en los devanados del transformador serán:

$$\bar{S}_X = P_X + jQ_X = 222.0 \text{ kW} + j94.572 \text{ kVAr}$$

$$\bar{S}_H = \bar{U}_H \cdot \bar{I}_H^* = 14.023 \angle 2.049^\circ \cdot 17.486 \angle 23.074^\circ = 245.20 \angle 25.123^\circ \text{ kVA}$$

$$\bar{S}_H = P_H + jQ_H = 222.0 \text{ kW} + j104.10 \text{ kVAr}$$

► 2.3 Con los datos del apartado a) del problema 2.2, calcular la tensión y la intensidad en el lado de mayor tensión del transformador real utilizando valores en por unidad.

Nota: usar como valores base, los nominales del transformador.

RESOLUCIÓN.

Los valores base de potencia y tensiones a considerar son:

$$S_b = 250 \text{ kVA}, \quad U_{bH} = 15 \text{ kV}, \quad U_{bX} = 250 \text{ V}$$

Y los valores base de intensidades e impedancias son:

$$I_{bH} = \frac{S_b}{U_{bH}} = \frac{250000}{15000} = 16.667 \text{ A} \quad I_{bX} = \frac{S_b}{U_{bX}} = \frac{250000}{250} = 1000.0 \text{ A}$$

$$Z_{bH} = \frac{U_{bH}^2}{S_b} = \frac{(15000)^2}{250000} = 900.0 \text{ } \Omega \quad Z_{bX} = \frac{U_{bX}^2}{S_b} = \frac{(250)^2}{250000} = 0.250 \text{ } \Omega$$

El circuito equivalente aproximado con valores en por unidad (junto con la carga) está representado en la Figura 2.26.

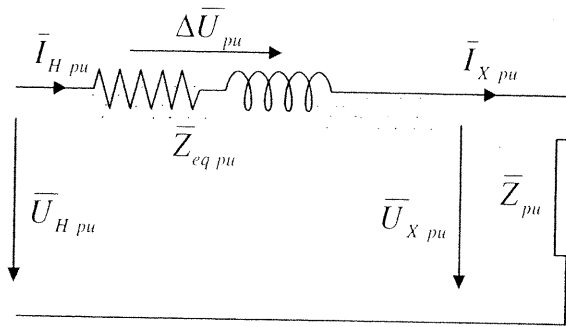


Figura 2.26. Circuito equivalente simplificado del problema 2.3

La impedancia equivalente (por unidad) del transformador real se obtiene dividiendo su valor, que está referido al devanado de mayor tensión, por la impedancia base de ese devanado:

$$\bar{Z}_{eq pu} = \frac{\bar{Z}_{eqH}}{Z_{bH}} = \frac{R_{eqH} + jX_{eqH}}{Z_{bH}} = \frac{18 + j31.17}{900.0} = 0.020 + j0.03463 = 0.040 \angle 59.995^\circ \text{ pu}$$

Además, en la Figura 2.26 se tiene:

$$\bar{U}_{X pu} = \frac{\bar{U}_X}{U_{bX}} = \frac{230 \angle 0^\circ}{250} = 0.920 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{I}_{X pu} = \frac{\bar{I}_X}{I_{bX}} = \frac{1049.1 \angle -23.074^\circ}{1000.0} = 1.0491 \angle -23.074^\circ \text{ pu} = \bar{I}_{H pu}$$

La carga monofásica conectada al transformador, en por unidad, es:

$$\bar{Z}_{pu} = \frac{\bar{U}_{X pu}}{\bar{I}_{X pu}} = \frac{0.920 \angle 0^\circ}{1.0491 \angle -23.074^\circ} = 0.87690 \angle 23.074^\circ \text{ pu} = 0.80675 + j0.34367 \text{ pu}$$

Del circuito equivalente se tiene:

$$\bar{Z}_{eq pu} + \bar{Z}_{pu} = (0.020 + j0.03463) + (0.80675 + j0.34367) = 0.82675 + j0.37831 = 0.90919 \angle 24.588^\circ \text{ pu}$$

Y entonces, la tensión en el lado del transformador de tensión más elevada resulta ser, en por unidad:

$$\bar{U}_{H pu} = \bar{I}_{H pu} \cdot (\bar{Z}_{eq pu} + \bar{Z}_{pu}) = 1.0491 \angle -23.074^\circ \cdot 0.90919 \angle 24.588^\circ = 0.95388 \angle 1.514^\circ \text{ pu}$$

Los valores en por unidad se multiplican por las bases de tensión e intensidad de la zona (esto es, las bases de tensión e intensidad correspondientes a los devanados de la tensión más elevada) para obtener los valores de las correspondientes magnitudes.

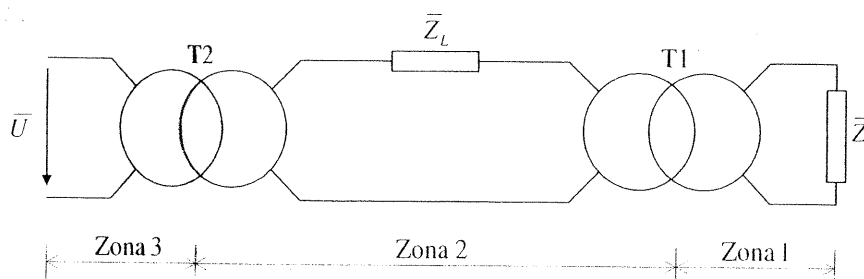
$$\bar{U}_H = \bar{U}_{H pu} \cdot U_{bH} = 0.95388 \angle 1.514^\circ \cdot 15000 = 14308.17 \angle 1.514^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_H = \bar{I}_{H pu} \cdot I_{bH} = 1.0491 \angle -23.074^\circ \cdot 16.667 = 17.486 \angle -23.074^\circ \text{ A}$$

- 2.4 Una carga monofásica $\bar{Z} = 1.4 + j0.87 \Omega$ está conectada en el lado de menor tensión a un transformador monofásico de dos devanados T1, cuyas características son: 3 500/380 V, 80 kVA, 50 Hz, y 3.5 % para su reactancia de cortocircuito. A su vez, el lado de mayor tensión de T1 se conecta a una impedancia-serie $\bar{Z}_L = j3 \Omega$ y dicha impedancia se conecta al lado de mayor tensión de un segundo transformador monofásico de dos devanados T2, cuyas características son: 3 500/230 V, 100 kVA, 50 Hz, y 4 % para su reactancia de cortocircuito. Utilizando el cálculo con valores en por unidad, determinar la intensidad, en amperios, que circula en régimen permanente por la carga monofásica cuando se alimenta al transformador T2 con una tensión de 220 V en su devanado de menor tensión.

RESOLUCIÓN.

En la Figura 2.27 se representa el sistema de energía eléctrica correspondiente a los transformadores y las impedancias.



• **Figura 2.27.** Sistema de energía eléctrica del problema 2.4

Seleccionando adecuadamente (mediante las reglas indicadas en el Apartado 2.3) los valores de potencia base y de tensiones base (de acuerdo a las zonas determinadas por la existencia de los transformadores T1 y T2), el circuito equivalente, con valores en por unidad, que representa al sistema formado por los transformadores y las impedancias es el de la Figura 2.28. Conviene observar que todas las magnitudes de la Figura 2.28 están representadas en por unidad, aun cuando por simplicidad se ha omitido la indicación pu junto al símbolo de cada magnitud.

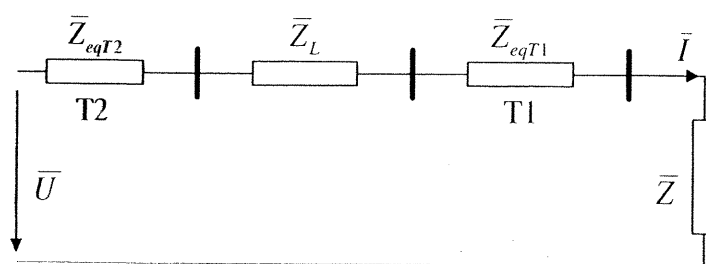


Figura 2.28. Circuito equivalente del problema 2.4. Valores en por unidad

En la zona 1 (que corresponde a la zona donde está la impedancia \bar{Z}) se selecciona como valor base $U_{bZ1} = 380 \text{ V}$; en la zona 2 (donde se encuentra la impedancia \bar{Z}_L) se selecciona el valor base $U_{bZ2} = 3500 \text{ V}$; y en la zona 3 (el lado de menor tensión del transformador T2) se selecciona el valor base $U_{bZ3} = 230 \text{ V}$.

La potencia base elegida es la misma en todas las zonas; para este caso se ha elegido $S_b = 100 \text{ kVA}$.

Por tanto, los valores de las intensidades e impedancias base se calculan de acuerdo a:

$$I_{bZj} = \frac{S_b}{U_{bZj}} \quad \text{y} \quad Z_{bZj} = \frac{U_{bZj}^2}{S_b} \quad (j = 1, 2, 3)$$

Así resulta:

$$\begin{aligned} I_{bZ1} &= 263.16 \text{ A}, & I_{bZ2} &= 28.571 \text{ A}, & I_{bZ3} &= 434.78 \text{ A} \\ Z_{bZ1} &= 1.4440 \Omega, & Z_{bZ2} &= 122.50 \Omega, & Z_{bZ3} &= 0.5290 \Omega \end{aligned}$$

A continuación se deberán calcular en valores por unidad las impedancias de los elementos del sistema en las bases que les corresponde en función de la zona en la que están situados.

Recordando de la ecuación (2.7) que el valor de una impedancia \bar{Z} expresada en por unidad es:

$$\bar{Z} = \frac{\bar{Z}(\Omega)}{Z_b(\Omega)} = \frac{\bar{Z}_{pu\ antigua} \cdot Z_{b\ antigua}(\Omega)}{Z_b(\Omega)} = \bar{Z}_{pu\ antigua} \cdot \frac{U_{b\ antigua}^2}{U_b^2} \cdot \frac{S_b}{S_{b\ antigua}}$$

en este problema 2.4, resulta:

$$\bar{Z}_{eqT1} = j0.035 \cdot \left(\frac{U_{nT1}}{U_{bz1}}\right)^2 \cdot \frac{S_b}{S_{nT1}} = j0.035 \cdot \left(\frac{380}{380}\right)^2 \cdot \frac{100}{80} = j0.04375 \text{ pu}$$

La impedancia asociada al transformador T2 no necesita cambio de bases, por coincidir sus valores nominales con las bases elegidas. Así, $\bar{Z}_{eqT2} = j0.04 \text{ pu}$.

Los restantes valores de impedancias en por unidad de la Figura 2.28 son:

$$\bar{Z} = \frac{\bar{Z}(\Omega)}{Z_{bz1}(\Omega)} = \frac{1.4 + j0.87}{1.4440} = 0.96953 + j0.60249 \text{ pu}$$

$$\bar{Z}_L = \frac{\bar{Z}_L(\Omega)}{Z_{bz2}(\Omega)} = \frac{j3}{122.50} = j0.02449 \text{ pu}$$

Además (considerando que el argumento del fasor de tensión \bar{U} es cero):

$$\bar{U} = \frac{\bar{U}(\text{V})}{U_{bz3}(\text{V})} = \frac{220 \angle 0^\circ}{230} = 0.95652 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

Por tanto, la intensidad que circula por la carga es:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_{eqT2} + \bar{Z}_L + \bar{Z}_{eqT1} + \bar{Z}} = \frac{0.95652 \angle 0^\circ}{0.96953 + j0.71073} = \frac{0.95652 \angle 0^\circ}{1.20213 \angle 36.244^\circ} = 0.79569 \angle -36.244^\circ \text{ pu}$$

Como la carga está en la zona 1, se tiene:

$$\bar{I}(\text{A}) = \bar{I} \cdot \bar{I}_{bz1}(\text{A}) = 0.79569 \angle -36.244^\circ \cdot 263.16 = 209.39 \angle -36.244^\circ \text{ A}$$

► 2.5

Se ha realizado un ensayo de cortocircuito (desde el lado de baja tensión, ajustado a valores nominales) en un transformador trifásico de dos devanados que tiene los siguientes datos en placa de características: 400 kVA, 50 Hz, conexión Dyn 11, neutro conectado directamente a tierra y relación de tensiones nominales 13.2 kV/400 V. Los resultados del ensayo son: intensidad, 577.35 A; tensión, 25.56 V; potencia, 8796.0 W. Usando los valores nominales del transformador trifásico como bases, representar los circuitos aproximados de secuencia directa, secuencia inversa y secuencia homopolar con valores en por unidad, sabiendo que la impedancia homopolar del transformador \bar{Z}_0 está compuesta por una resistencia R_0 igual a la de secuencia directa y por una reactancia X_0 igual al 95 % de la reactancia de secuencia directa.

RESOLUCIÓN.

Seleccionando $S_b = 400/3 = 133.33 \text{ kVA}$ y $U_{bX} = 400/\sqrt{3} = 230.94 \text{ V}$, resulta:

$$I_{bX} = \frac{S_b}{U_{bX}} = 577.35 \text{ A} \quad \text{y} \quad Z_{bX} = \frac{U_{bX}}{I_{bX}} = \frac{U_{bX}^2}{S_b} = 0.40 \Omega$$

Los resultados del ensayo, reducidos a sus valores por fase, son:

$$P_{cc}(\text{W}) = 8796.0/3 = 2932.0 \text{ W}, \quad U_{cc}(\text{V}) = 25.56/\sqrt{3} = 14.757 \text{ V}, \quad I_{cc}(\text{A}) = 577.35 \text{ A} = I_{bX}$$

Si $\bar{Z}_1 = R_1 + jX_1$ es la impedancia de secuencia directa expresada en pu ($\bar{Z}_2 = R_2 + jX_2$ es la de secuencia inversa expresada en pu y $\bar{Z}_0 = R_0 + jX_0$ es la de secuencia homopolar expresada en pu), se cumple

que la tensión del ensayo de cortocircuito (también denominada simplemente tensión de cortocircuito en el Capítulo 6), expresada en pu, es:

$$U_{cc} = \frac{U_{cc} \text{ (V)}}{U_{bX} \text{ (V)}} = \frac{Z_1 \text{ (\Omega)} \cdot I_{cc} \text{ (A)}}{U_{bX} \text{ (V)}} = \frac{Z_1 \text{ (\Omega)} \cdot I_{bX} \text{ (A)}}{U_{bX} \text{ (V)}} = \frac{Z_1 \text{ (\Omega)}}{Z_{bX} \text{ (\Omega)}} = Z_1$$

Y entonces resulta que:

$$Z_1 = U_{cc} = \frac{U_{cc} \text{ (V)}}{U_{bX} \text{ (V)}} = \frac{14.757}{230.94} = 0.06390 \text{ pu} = Z_2$$

estando expresadas ambas impedancias en pu.

Además cuando la potencia del ensayo de cortocircuito es expresada en pu, su valor coincide con el de la parte resistiva de \bar{Z}_1 en pu:

$$P_{cc} = \frac{P_{cc} \text{ (W)}}{S_b \text{ (VA)}} = \frac{R_1 \text{ (\Omega)} \cdot I_{cc}^2 \text{ (A}^2\text{)}}{S_b \text{ (VA)}} = \frac{R_1 \text{ (\Omega)} \cdot I_{bX}^2 \text{ (A}^2\text{)}}{U_{bX} \text{ (V)} \cdot I_{bX} \text{ (A)}} = \frac{R_1 \text{ (\Omega)}}{Z_{bX} \text{ (\Omega)}} = R_1$$

Por lo que $R_1 = P_{cc} = \frac{P_{cc} \text{ (kW)}}{S_b \text{ (kVA)}} = \frac{2.9320}{133.33} = 0.02199 \text{ pu} = R_2 = R_0$, expresadas en pu.

Por lo tanto, el valor de las reactancias de secuencia directa y de secuencia inversa, expresadas en pu es:

$$X_1 = \sqrt{Z_1^2 - R_1^2} = \sqrt{(0.06390)^2 - (0.02199)^2} = 0.06 \text{ pu} = X_2$$

Y según los datos del problema, $X_0 = 0.95 \cdot X_1 = 0.95 \cdot 0.06 = 0.057 \text{ pu}$.

Así, la impedancia de secuencia directa (igual a la de secuencia inversa) es:

$$\bar{Z}_1 = R_1 + jX_1 = 0.02199 + j0.06 \text{ pu} = 0.06390 \angle 69.871^\circ \text{ pu} = \bar{Z}_2$$

Y la impedancia homopolar resulta ser:

$$\bar{Z}_0 = R_0 + jX_0 = 0.02199 + j0.057 \text{ pu} = 0.06109 \angle 68.903^\circ \text{ pu}$$

Por otra parte, el índice horario h es igual a 11, por lo que el desfase en tensiones (entre las fases homólogas del lado H de mayor tensión y el lado X de menor tensión del transformador) es:

$$\phi = h \cdot 30^\circ = 11 \cdot 30^\circ = 330^\circ \quad \text{o bien} \quad \phi = -30^\circ$$

De esta forma, el circuito aproximado de secuencia directa en por unidad del transformador trifásico está representado en la Figura 2.29. Conviene observar que todas las magnitudes de la Figura 2.29 están representadas en por unidad (también se pueden hacer observaciones similares en el resto de figuras de este problema).

Obsérvese que, en la Figura 2.29, el valor e^{j330° puede también sustituirse por e^{-j30° .

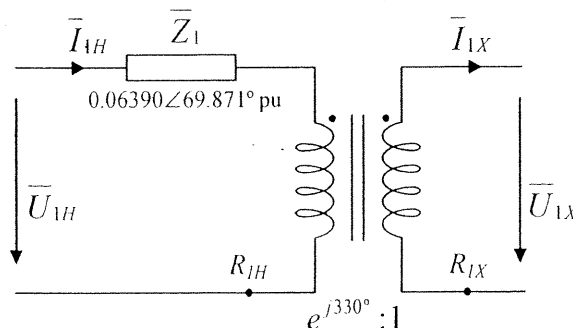


Figura 2.29. Circuito aproximado de secuencia directa, con valores en por unidad, del problema 2.5

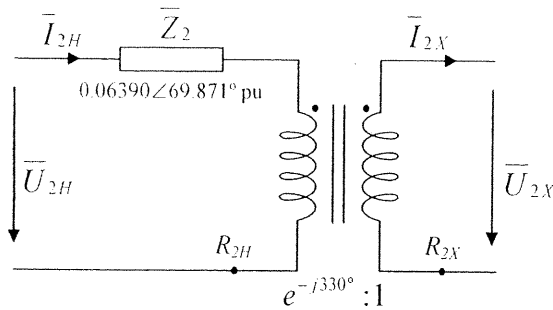


Figura 2.30. Circuito aproximado de secuencia inversa, con valores en por unidad, del problema 2.5

El circuito aproximado de secuencia inversa en por unidad del transformador trifásico está representado en la Figura 2.30. El valor e^{-j330° de la Figura es equivalente a e^{j30° .

En la Figura 2.29 suele considerarse que R_{1H} y R_{1X} están al mismo nivel de tensión. De forma similar, en la Figura 2.30, se suele considerar que R_{2H} y R_{2X} están al mismo nivel de tensión. Esta misma consideración se ha tenido en cuenta en el resto de problemas resueltos.

Para el circuito aproximado de secuencia homopolar (Figura 2.31) hay que analizar las conexiones de los neutros del transformador a tierra. El lado de tensión más elevada (lado H) está conectado en triángulo y por lo tanto no existe un neutro físico, lo que deja sus terminales (HH') abiertos en el circuito de secuencia homopolar, con el terminal interno (H') conectado al nudo de referencia. El lado de menor tensión (lado X) está conectado en estrella, con conexión de neutro directamente a tierra ($\bar{Z}_n = 0$); en su lado, los terminales (XX') están cortocircuitados ($3 \cdot \bar{Z}_n = 0$).

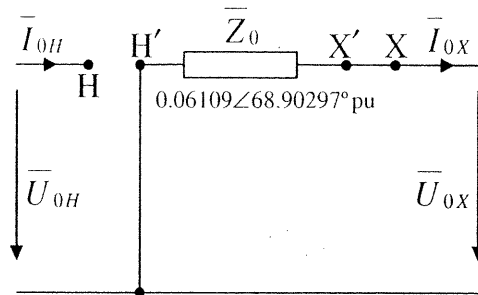


Figura 2.31. Circuito aproximado de secuencia homopolar, con valores en por unidad, del problema 2.5

► 2.6 El sistema de energía eléctrica de la Figura 2.32 se encuentra funcionando en régimen permanente. Dibujar sus redes de secuencia en por unidad y emplearlas para determinar las potencias activa y reactiva absorbidas por la carga trifásica (en triángulo) cuando se alimenta el lado de alta tensión del transformador con un sistema trifásico equilibrado de tensiones de secuencia directa, de 15 300 V de tensión de línea.

- Datos: Transformador trifásico de 15 kV/400 V, YNd5, 50 kVA, 50 Hz.
 Resistencia y reactancia de secuencia directa (e inversa) de 1 % y 4.9 %, respectivamente.
 Resistencia y reactancia de secuencia homopolar de 0.8 % y 3.92 %, respectivamente.
 Impedancias, $\bar{Z}_\Delta = 9 \angle 35^\circ \Omega$, $\bar{Z}_K = 0.55 \angle 85^\circ \Omega$.

RESOLUCIÓN.

En la Figura 2.33 se representa la selección de zonas que determina el transformador trifásico.

De forma natural se elige el valor de potencia base $S_b = 50/3 = 16.667$ kVA en las dos zonas H y X . Seleccionando adecuadamente (mediante las reglas indicadas en el Apartado 2.3) los valores de tensiones base en las zonas H y X , resulta:

$$U_{bH} = 15/\sqrt{3} = 8.6603 \text{ kV} \quad U_{bX} = 400/\sqrt{3} = 230.94 \text{ V}$$

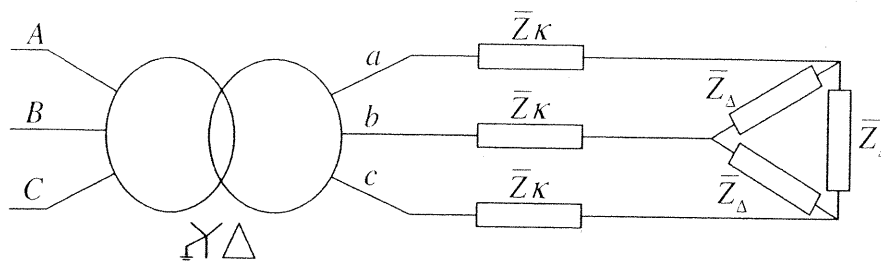


Figura 2.32. Sistema de energía eléctrica del problema 2.6

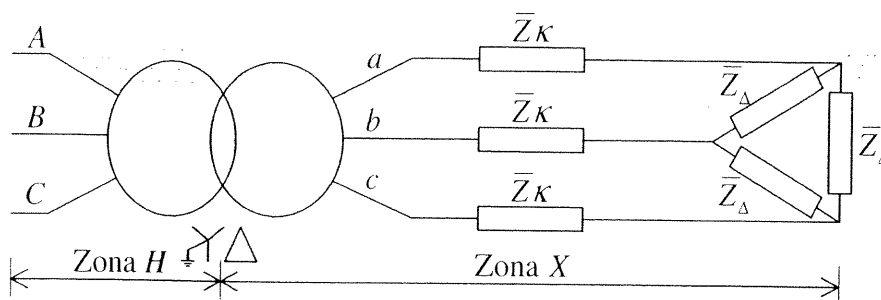


Figura 2.33. Sistema de energía eléctrica del problema 2.6

Por tanto:

$$I_{bH} = \frac{S_b}{U_{bH}} = \frac{16.667 \cdot 10^3}{8.6603 \cdot 10^3} = 1.9245 \text{ A} \quad I_{bX} = \frac{S_b}{U_{bX}} = \frac{16.667 \cdot 10^3}{230.94} = 72.169 \text{ A}$$

$$Z_{bH} = \frac{U_{bH}^2}{S_b} = \frac{(8.6603 \cdot 10^3)^2}{16.667 \cdot 10^3} = 4500 \text{ } \Omega \quad Z_{bX} = \frac{U_{bX}^2}{S_b} = \frac{(230.94)^2}{16.667 \cdot 10^3} = 3.20 \text{ } \Omega$$

El valor de la impedancia de la carga trifásica equilibrada en estrella (que es equivalente a la carga trifásica en triángulo), es:

$$\bar{Z}_Y (\Omega) = \bar{Z}_\Delta (\Omega) / 3 = 9 \angle 35^\circ / 3 = 3 \angle 35^\circ \text{ } \Omega$$

En pu, $\bar{Z}_Y = \bar{Z}_Y (\Omega) / Z_{bX} (\Omega) = 3 \angle 35^\circ / 3.20 = 0.93750 \angle 35^\circ \text{ pu} = 0.76796 + j0.53773 \text{ pu}$.

El valor de la impedancia serie \bar{Z}_K en pu es:

$$\bar{Z}_K = \bar{Z}_K (\Omega) / Z_{bX} (\Omega) = 0.55 \angle 85^\circ / 3.20 = 0.17188 \angle 85^\circ \text{ pu} = 0.01498 + j0.17122 \text{ pu}$$

Para el transformador, sus impedancias de secuencia en pu son:

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = 0.01 + j0.049 \text{ pu} = 0.050 \angle 78.465^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Z}_0 = 0.008 + j0.0392 \text{ pu} = 0.040 \angle 78.465^\circ \text{ pu}$$

El índice horario h es igual a 5, por lo que el desfase en tensiones y en intensidades (entre las fases homólogas del lado H y el lado X del transformador) es $\phi = h \cdot 30^\circ = 5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$.

Por tanto, de acuerdo con el Apartado 2.5, las redes de secuencia directa, inversa y homopolar, con valores en por unidad, se representan respectivamente en las Figuras 2.34, 2.35 y 2.36.

Sea \bar{U}_A (kV) = $15.300 / \sqrt{3} \angle 0^\circ = 8.8335 \angle 0^\circ$ kV la tensión (de fase) de la fase A ; de acuerdo con el Apartado 1.5, como el sistema se alimenta con un sistema trifásico equilibrado de tensiones de secuencia directa, sus componentes de secuencia inversa \bar{U}_{2H} y homopolar \bar{U}_{0H} son nulas. Por tanto, obviamente, la tensión de la fase A es igual a la correspondiente componente simétrica básica de secuencia directa. Así, \bar{U}_A (kV) = \bar{U}_{1H} (kV).

Por tanto, para analizar el sistema sólo es necesario usar la red de secuencia directa en por unidad de la Figura 2.34, en la que utilizaremos \bar{U}_{1H} en pu, cuyo valor es:

$$\bar{U}_{1H} = \frac{\bar{U}_{1H} \text{ (kV)}}{U_{bH} \text{ (kV)}} = \frac{\bar{U}_A \text{ (kV)}}{U_{bH} \text{ (kV)}} = \frac{8.8335 \angle 0^\circ}{8.6603} = 1.020 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

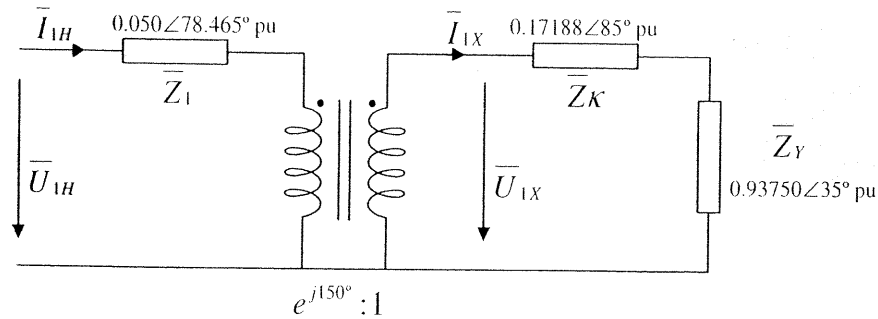


Figura 2.34. Red de secuencia directa, con valores en por unidad, del problema 2.6

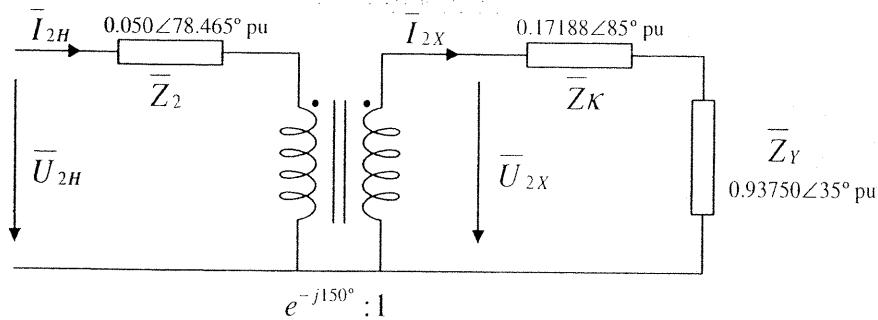


Figura 2.35. Red de secuencia inversa, con valores en por unidad, del problema 2.6

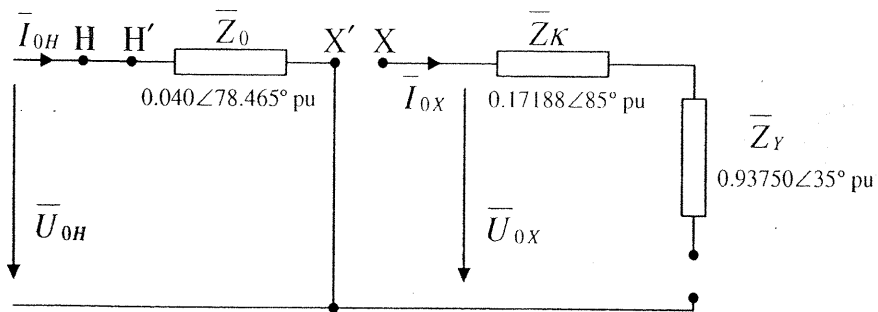


Figura 2.36. Red de secuencia homopolar, con valores en por unidad, del problema 2.6

De acuerdo con el Apartado 2.2, el elemento representado en la Figura 2.34, «transformador monofásico ideal de desplazamiento de fase ϕ », no modifica el valor de las impedancias del lado X de menor tensión, vistas desde el lado H. Por tanto:

$$\bar{I}_{1H} = \frac{\bar{U}_{1H}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_K + \bar{Z}_Y} = \frac{1.020 \angle 0^\circ}{0.79293 + j0.75795} = \frac{1.020 \angle 0^\circ}{1.0969 \angle 43.708^\circ} = 0.92988 \angle -43.708^\circ \text{ pu}$$

Entonces, de la Figura 2.34 se tiene:

$$\bar{I}_{1X} = \frac{\bar{I}_{1H}}{e^{j150^\circ}} = \frac{0.92988 \angle -43.708^\circ}{1 \angle 150^\circ} = 0.92988 \angle -193.708^\circ \text{ pu}$$

De la red de secuencia directa en por unidad de la Figura 2.37, se desprende:

$$\bar{U}_Y = \bar{I}_{1X} \cdot \bar{Z}_Y = 0.92988 \angle -193.708^\circ \cdot 0.93750 \angle 35^\circ = 0.87176 \angle -158.708^\circ \text{ pu}$$

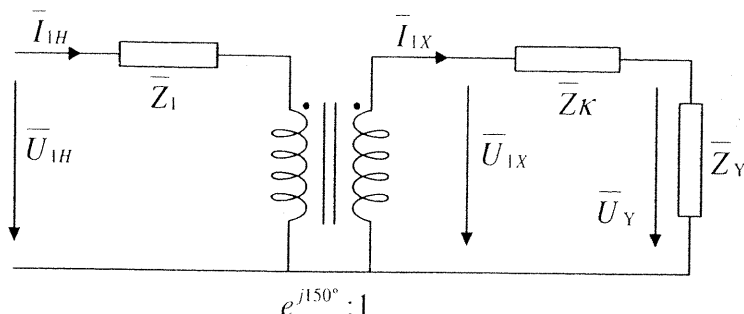


Figura 2.37. Red de secuencia directa, en por unidad, para el problema 2.6

Por lo tanto, la tensión de fase correspondiente es:

$$\bar{U}_Y \text{ (V)} = \bar{U}_Y \cdot U_{bX} \text{ (V)} = 0.87176 \angle -158.708^\circ \cdot 230.94 = 201.32 \angle -158.708^\circ \text{ V}$$

y la tensión de línea correspondiente es:

$$|\bar{U}_\Delta| \text{ (V)} = |\bar{U}_Y| \cdot \sqrt{3} \cdot U_{bX} \text{ (V)} = 0.87176 \cdot 400 = 348.70 \text{ V}$$

Esta tensión, que está aplicada sobre la impedancia en triángulo $\bar{Z}_\Delta = R_\Delta + jX_\Delta = 9 \angle 35^\circ \Omega$ (Figura 2.32), determina una intensidad en dicha impedancia de $|\bar{I}_\Delta| = I_\Delta = U_\Delta / Z_\Delta = 348.70 / 9 = 38.745 \text{ A}$. Por lo tanto, la potencia activa consumida en cada fase por la impedancia \bar{Z}_Δ es $P_\Delta = R_\Delta \cdot I_\Delta^2$ o, lo que es lo mismo, 11.067 kW, y la potencia reactiva $Q_\Delta = X_\Delta \cdot I_\Delta^2$ es 7.7493 kVAr. De esta forma, la potencia activa total consumida en la carga trifásica equilibrada en triángulo de la Figura 2.32 es $P = 3 \cdot P_\Delta = 33.201 \text{ kW}$ y la potencia reactiva total de la misma, $Q = 3 \cdot Q_\Delta = 23.248 \text{ kVAr}$.

Obsérvese también que utilizando la red de secuencia directa en por unidad de la Figura 2.37, se tiene:

$$\begin{aligned} \bar{S}_Y &= \bar{U}_Y \cdot \bar{I}_{1X}^* = 0.87176 \angle -158.708^\circ \cdot 0.92988 \angle 193.708^\circ = 0.81063 \angle 35^\circ \text{ pu} \\ \bar{S}_Y \text{ (kVA)} &= \bar{S}_Y \cdot S_b \text{ (kVA)} = 0.81063 \angle 35^\circ \cdot 16.667 = 13.510 \angle 35^\circ \text{ kVA} \end{aligned}$$

Es decir, que la carga trifásica equilibrada en triángulo de la Figura 2.32 (representada por su equivalente en estrella) absorbe:

$$\begin{aligned} \bar{S} \text{ (kVA)} &= P \text{ (kW)} + jQ \text{ kVAr} = 3 \cdot \bar{S}_Y \text{ (kVA)} = 3 \cdot 13.510 \angle 35^\circ = 40.531 \angle 35^\circ \text{ kVA} \\ &= 33.201 \text{ kW} + j23.248 \text{ kVAr} \end{aligned}$$

Obsérvese que las potencias activa y reactiva se corresponden con los mismos valores que los anteriormente calculados.

- **2.7** Se dispone de tres transformadores monofásicos de 400 MVA cada uno, con tensiones nominales de 127/15 kV y reactancia de cortocircuito del 15 %, que se conectan en forma de banco trifásico YNyn0, representado en la Figura 2.38. Una carga trifásica equilibrada está conectada al devanado de mayor tensión, y dicha carga absorbe 1 000 MVA con un factor de potencia (f.d.p.) 0.95 inductivo cuando está sometida a la tensión nominal del banco trifásico (127 kV de fase). Dibujar las redes de secuencia de este sistema y determinar la tensión en los devanados de menor tensión del banco trifásico en estas circunstancias. Considerar despreciables las resistencias y que las reactancias de secuencia directa, inversa y homopolar del banco trifásico tienen el mismo valor por unidad.

Resolver este mismo problema cuando el modo de conexión del banco trifásico es YNd11, representado en la Figura 2.39.

En ambos casos, los neutros de las estrellas del transformador y de la carga están conectados rígidamente a tierra.

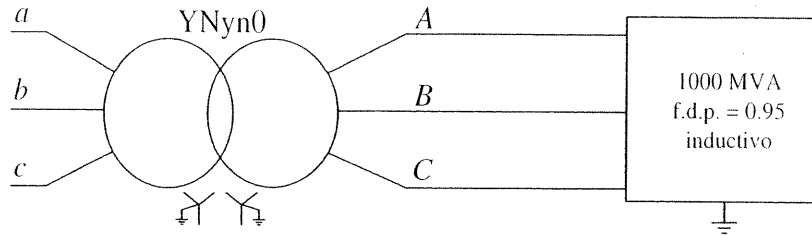


Figura 2.38. Caso a) Modo de conexión YNyn0

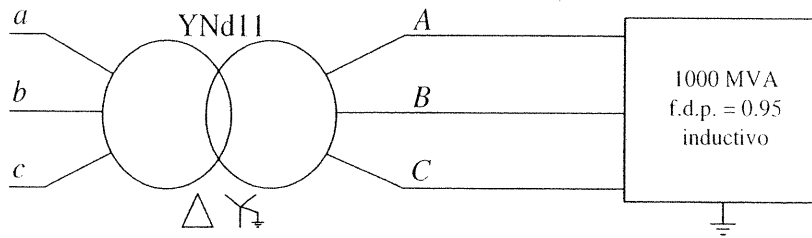


Figura 2.39. Caso b) Modo de conexión YNd11

RESOLUCIÓN.

Caso a) Modo de conexión YNyn0

En la Figura 2.40 se representan las zonas que determina el banco trifásico. La carga se representa por su impedancia equivalente conectada en estrella.

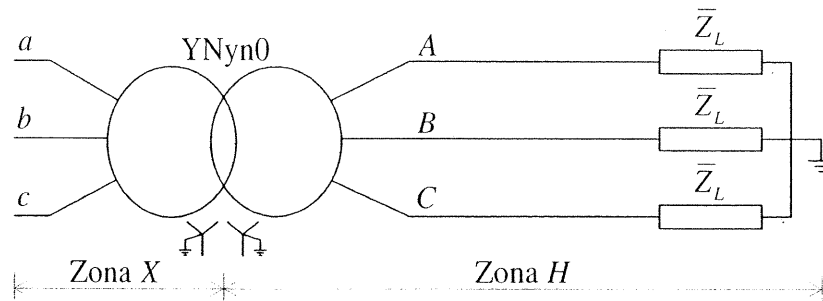


Figura 2.40. División en zonas para el caso a) del problema 2.7

De forma natural se elige el valor de potencia base $S_b = 400$ MVA en las dos zonas H y X . Seleccionando adecuadamente (mediante las reglas indicadas en el Apartado 2.3) los valores de tensiones base en las zonas H y X resultan: $U_{bH} = 127$ kV y $U_{bX} = 15$ kV. Como se observa, se corresponden con los valores nominales de los transformadores monofásicos que componen el banco trifásico.

Por tanto,

$$I_{bH} = \frac{S_b}{U_{bH}} = 3.1496 \text{ kA} \quad I_{bX} = \frac{S_b}{U_{bX}} = 26.667 \text{ kA}$$

$$Z_{bH} = \frac{U_{bH}^2}{S_b} = 40.323 \text{ } \Omega \quad Z_{bX} = \frac{U_{bX}^2}{S_b} = 0.5625 \text{ } \Omega$$

Y las impedancias de secuencia directa, inversa y homopolar en pu (pues no hay cambio de bases), son:

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_0 = j0.15 \text{ pu} = 0.15 \angle 90^\circ \text{ pu}$$

La tensión sobre la carga es la nominal, y con la fase A como origen de fases del sistema, la tensión \bar{U}_A en por unidad es:

$$\bar{U}_A = \frac{U_{nH} \angle 0^\circ \text{ (kV)}}{U_{bH} \text{ (kV)}} = \frac{127 \angle 0^\circ}{127} = 1.0 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

La intensidad que absorbe la carga monofásica, en esa fase, corresponde a un tercio de la potencia aparente trifásica con un factor de potencia 0.95 inductivo; el módulo de dicha intensidad es:

$$I_A \text{ (kA)} = \frac{S_L \text{ (MVA)}}{U_A \text{ (kV)}} = \frac{1000/3}{127} = \frac{333.33}{127} = 2.6247 \text{ kA}$$

y su argumento, en retraso con respecto a la tensión sobre la carga, es $\varphi_A = \arccos(0.95) = 18.195^\circ$.

En valor por unidad:

$$\bar{I}_A = \frac{\bar{I}_A \text{ (kA)}}{I_{bH} \text{ (kA)}} = \frac{2.6247 \angle -18.195^\circ}{3.1496} = 0.83333 \angle -18.195^\circ \text{ pu}$$

Por consiguiente, la impedancia asociada a la carga por fase conectada en estrella, en valores por unidad, resulta ser:

$$\bar{Z}_L = \frac{\bar{U}_A}{\bar{I}_A} = \frac{1.0 \angle 0^\circ}{0.83333 \angle -18.195^\circ} = 1.20 \angle 18.195^\circ \text{ pu}$$

Por último, para contemplar todos los elementos de la red de secuencia homopolar, se debe hacer notar que tanto el neutro de la carga como los neutros de los devanados de 127 y 15 kV de tensión están conectados sólidamente a tierra, sin impedancia de puesta a tierra. Hay que tener en cuenta que en el modo de conexión YNyn0 no hay desfase de tensiones entre devanados (homólogos) del mismo transformador monofásico del banco trifásico (índice horario nulo), y por tanto, de acuerdo con el Apartado 2.5 las redes de secuencia directa, inversa y homopolar, en valores por unidad, son las representadas respectivamente en las Figuras 2.41, 2.42 y 2.43.

De acuerdo con el Apartado 1.5, como el sistema se alimenta con un sistema trifásico equilibrado de tensiones de secuencia directa, sus componentes de secuencia inversa \bar{U}_{2H} y homopolar \bar{U}_{0H} son nulas, por lo que la tensión de la fase A coincide con la componente simétrica básica de secuencia directa de las tensiones. Así, $\bar{U}_A = \bar{U}_{1H} = 1.0 \angle 0^\circ \text{ pu}$.

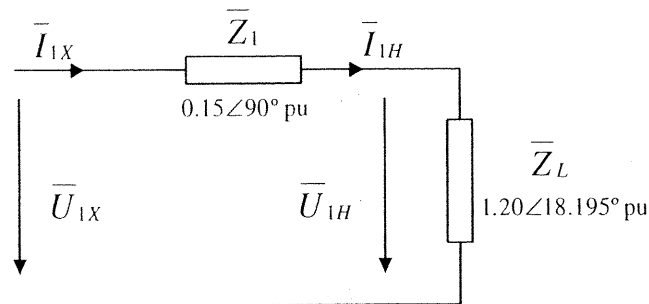


Figura 2.41. Red de secuencia directa para el caso a) del problema 2.7

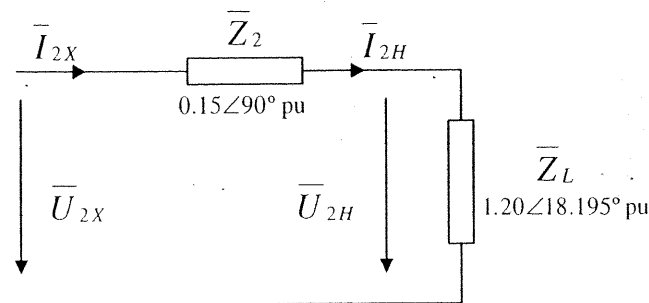


Figura 2.42. Red de secuencia inversa para el caso a) del problema 2.7

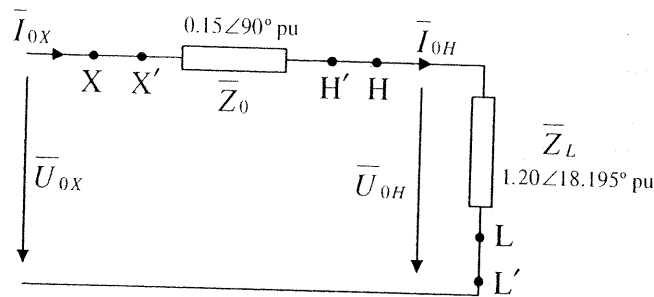


Figura 2.43. Red de secuencia homopolar para el caso a) del problema 2.7

Por tanto, para analizar el sistema sólo es necesario utilizar la red de secuencia directa en por unidad de la Figura 2.41, en la que $\bar{I}_{1X} = \bar{I}_{1H} = \bar{I}_A = 0.83333 \angle -18.195^\circ$ pu.

Entonces se cumple:

$$\begin{aligned} \bar{U}_{1X} &= \bar{Z}_1 \cdot \bar{I}_{1H} + \bar{U}_{1H} = 0.15 \angle 90^\circ \cdot 0.83333 \angle -18.195^\circ + 1.0 \angle 0^\circ = \\ &= 0.125 \angle 71.805^\circ + 1.0 \angle 0^\circ = 1.0458 \angle 6.520^\circ \text{ pu} \end{aligned}$$

Por tanto, la tensión de fase correspondiente es:

$$\bar{U}_a \text{ (kV)} = \bar{U}_{1X} \text{ (kV)} = \bar{U}_{1X} \cdot U_{bX} \text{ (kV)} = 1.0458 \angle 6.520^\circ \cdot 15 = 15.687 \angle 6.520^\circ \text{ kV}$$

que se corresponde con una tensión de línea de:

$$U_{ab} \text{ (kV)} = \sqrt{3} \cdot U_a \text{ (kV)} = \sqrt{3} \cdot 15.687 = 27.171 \text{ kV}$$

Caso b) Modo de conexión YNd11

En la Figura 2.44 se representan las zonas que determina el banco trifásico en este modo de conexión. La carga se representa por su impedancia equivalente conectada en estrella.

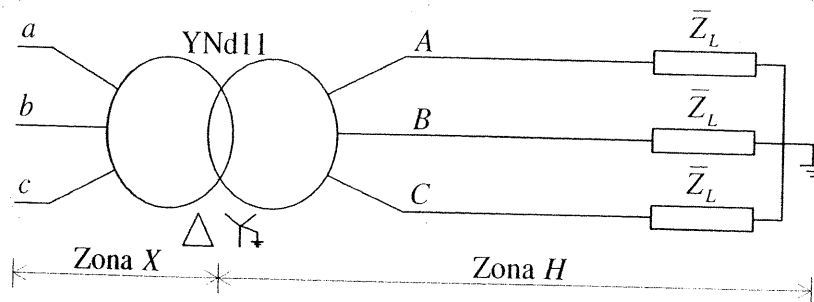


Figura 2.44. División en zonas para el caso b) del problema 2.7

De forma natural se elige el valor de potencia base $S_b = 400$ MVA en las dos zonas H y X . Seleccionando adecuadamente (mediante las reglas indicadas en el Apartado 2.3) los valores de tensiones base en las zonas H y X , éstos resultan: $U_{bH} = 127$ kV y $U_{bX} = 15/\sqrt{3} = 8.6603$ kV. Como se ve, este último valor se corresponde con la tensión de fase del lado de menor tensión del banco trifásico, que está conectado en triángulo.

Por tanto,

$$\begin{aligned} I_{bH} &= \frac{S_b}{U_{bH}} = 3.1496 \text{ kA} & I_{bX} &= \frac{S_b}{U_{bX}} = 46.188 \text{ kA} \\ Z_{bH} &= \frac{U_{bH}^2}{S_b} = 40.323 \ \Omega & Z_{bX} &= \frac{U_{bX}^2}{S_b} = 0.1875 \ \Omega \end{aligned}$$

Y las impedancias de secuencia directa, inversa y homopolar en pu no cambian al elegir las bases adecuadas:

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_0 = j0.15 \text{ pu} = 0.15 \angle 90^\circ \text{ pu}$$

El resto de magnitudes, como se refieren al lado de mayor tensión del banco trifásico, sometido a las mismas circunstancias (bases y régimen de carga) que en el caso a), no sufren cambios: la tensión de fase A y la intensidad que circula por ella y la impedancia equivalente por fase, conectada en estrella, son $\bar{U}_A = 1.0 \angle 0^\circ \text{ pu}$, $\bar{I}_A = 0.83333 \angle -18.195^\circ \text{ pu}$ y $\bar{Z}_L = 1.20 \angle 18.195^\circ \text{ pu}$.

Por último, para contemplar todos los elementos de la red de secuencia homopolar, hay que mencionar que el neutro de la carga y el neutro del devanado de tensión más elevada están conectados sólidamente a tierra sin impedancia de puesta a tierra. Por otro lado, el devanado de tensión menor está conectado en triángulo.

Teniendo en cuenta que en el modo de conexión YNd11, el desfase de tensiones entre el devanado de mayor tensión y el de menor tensión del banco trifásico (índice horario 11) corresponde a 330° (o -30°), se tienen las redes de secuencia directa, inversa y homopolar, en valores por unidad, representadas respectivamente en las Figuras 2.45, 2.46 y 2.47.

Como en el caso anterior, utilizando la red de secuencia directa de la Figura 2.45 en valor por unidad, se tiene:

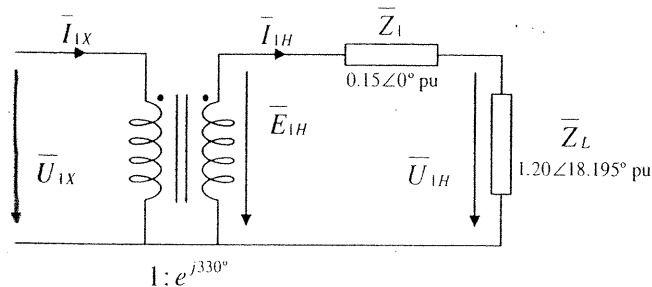


Figura 2.45. Red de secuencia directa para el caso b) del problema 2.7

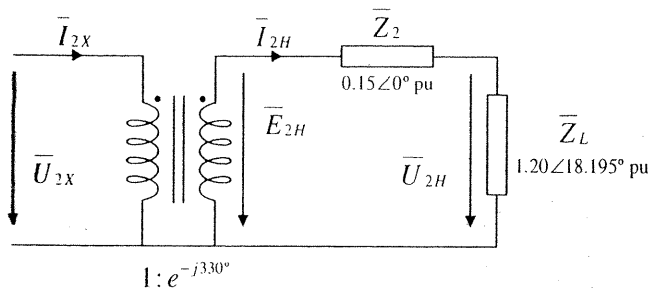


Figura 2.46. Red de secuencia inversa para el caso b) del problema 2.7

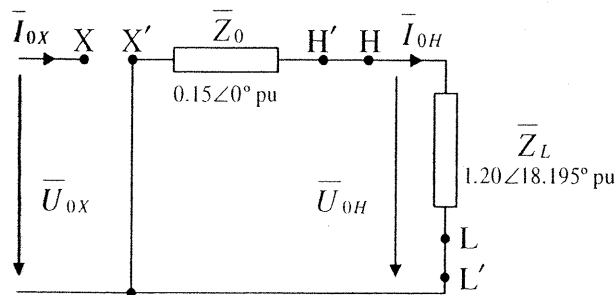


Figura 2.47. Red de secuencia homopolar para el caso b) del problema 2.7

$$\bar{U}_A = \bar{U}_{1H} = 1.0 \angle 0^\circ \text{ pu}, \quad \bar{I}_A = \bar{I}_{1H} = 0.83333 \angle -18.195^\circ \text{ pu}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} \bar{E}_{1H} &= \bar{Z}_1 \cdot \bar{I}_{1H} + \bar{U}_{1H} = 0.15 \angle 90^\circ \cdot 0.83333 \angle -18.195^\circ + 1.0 \angle 0^\circ \\ &= 0.125 \angle 71.805^\circ + 1.0 \angle 0^\circ = 1.0458 \angle 6.520^\circ \text{ pu} \end{aligned}$$

Y por lo tanto, de la Figura 2.45:

$$\bar{U}_{1X} = \bar{E}_{1H} / e^{j330^\circ} = 1.0458 \angle 6.520^\circ / 1 \angle -30^\circ = 1.0458 \angle 36.520^\circ \text{ pu}$$

Así, la tensión de fase en el devanado de menor tensión es:

$$\bar{U}_a \text{ (kV)} = \bar{U}_{1X} \cdot U_{bX} \text{ (kV)} = 1.0458 \angle 36.520^\circ \cdot 8.6603 = 9.0569 \angle 36.520^\circ \text{ kV}$$

que corresponde a una tensión de línea de:

$$U_{ab} \text{ (kV)} = \sqrt{3} \cdot U_a \text{ (kV)} = \sqrt{3} \cdot 9.0569 = 15.687 \text{ kV}$$

- 2.8 El banco de transformadores trifásico de la Figura 2.48 está alimentado en su lado de tensión más elevada, por un sistema trifásico de tensiones de fase desequilibradas, $\bar{U}_A = 11.547 \angle 0^\circ$, $\bar{U}_B = 11.085 \angle -120^\circ$ y $\bar{U}_C = 12.009 \angle 117^\circ$ kV. Dibujar las redes de secuencia en valores por unidad para el sistema de energía eléctrica de la Figura 2.48. Determinar las intensidades que circulan en su lado de menor tensión.

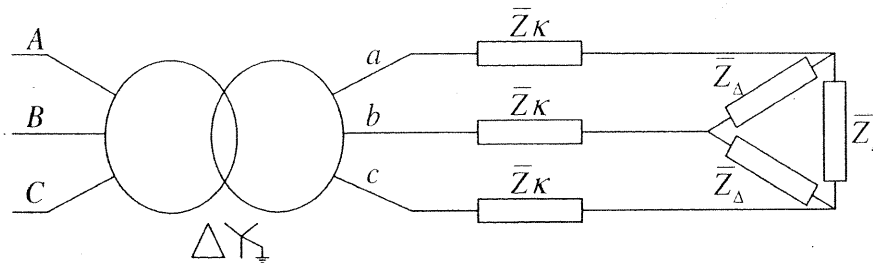


Figura 2.48. Sistema de energía eléctrica del problema 2.8

Datos: Banco de transformadores trifásico de 500 kVA, 20 kV/400 V, Dyn1, reactancia de cortocircuito (reactancia de secuencia directa) de 0.05 pu, considerando las resistencias despreciables y que, además, las reactancias de secuencia directa, inversa y homopolar tienen el mismo valor. Impedancias $\bar{Z}_K = 0.88 \angle 88^\circ \Omega$ y $\bar{Z}_\Delta = 120 \angle 40^\circ \Omega$.

RESOLUCIÓN.

En la Figura 2.49 se representan las zonas que determina el banco trifásico.

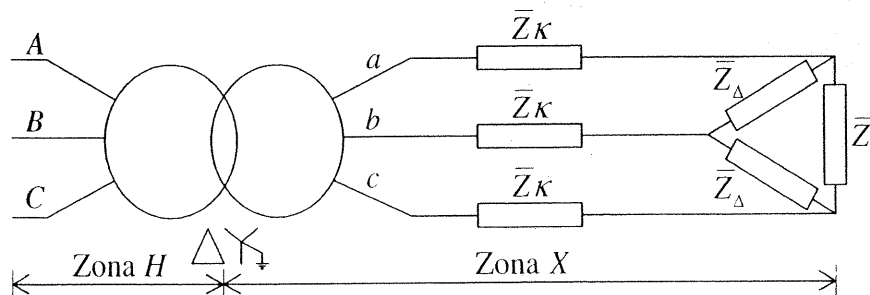


Figura 2.49. Zonas del sistema de energía eléctrica para el problema 2.8

De forma natural, se elige el valor de potencia base, $S_b = 500/3 = 166.67$ kVA, para las dos zonas, H y X . Seleccionando adecuadamente los valores de tensiones bases para las zonas H y X , resulta: $U_{bH} = 20/\sqrt{3} = 11.547$ kV y $U_{bX} = 400/\sqrt{3} = 230.94$ V.

Por tanto:

$$I_{bH} = \frac{S_b}{U_{bH}} = 14.434 \text{ A} \quad I_{bX} = \frac{S_b}{U_{bX}} = 721.69 \text{ A}$$

$$Z_{bH} = \frac{U_{bH}^2}{S_b} = 800.0 \text{ } \Omega \quad Z_{bX} = \frac{U_{bX}^2}{S_b} = 0.320 \text{ } \Omega$$

El valor de la impedancia de la carga trifásica equilibrada conectada en estrella (que es equivalente a la carga trifásica en triángulo \bar{Z}_Δ), es:

$$\bar{Z}_Y (\Omega) = \bar{Z}_\Delta (\Omega)/3 = 120 \angle 40^\circ / 3 = 40.0 \angle 40^\circ \text{ } \Omega$$

El valor en por unidad de esta impedancia \bar{Z}_Y es:

$$\bar{Z}_Y = \frac{\bar{Z}_Y (\Omega)}{Z_{bX} (\Omega)} = \frac{40.0 \angle 40^\circ}{0.320} = 125.0 \angle 40^\circ \text{ pu} = 95.756 + j80.348 \text{ pu}$$

El valor en por unidad de la impedancia serie \bar{Z}_K es:

$$\bar{Z}_K = \frac{\bar{Z}_K (\Omega)}{Z_{bX} (\Omega)} = \frac{0.88 \angle 88^\circ}{0.320} = 2.750 \angle 88^\circ \text{ pu} = 0.09597 + j2.7483 \text{ pu}$$

Para el banco trifásico de transformación, las impedancias en pu de secuencia directa, inversa y homopolar son:

$$\bar{Z}_0 = \bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = j0.05 \text{ pu} = 0.05 \angle 90^\circ \text{ pu}$$

El índice horario h es igual a 1, por lo que el desfase en tensiones (y también en intensidades) entre el lado H del devanado de tensión más elevada y el lado X de su devanado homólogo de menor tensión es $\phi = h \cdot 30^\circ = 1 \cdot 30^\circ = 30^\circ$.

Las redes de secuencia directa, inversa y homopolar, con valores en por unidad y para el sistema de energía eléctrica, se representan respectivamente en las Figuras 2.50, 2.51 y 2.52.

Las componentes simétricas de las tensiones de fase desequilibradas con las que se alimenta el banco trifásico, $\bar{U}_A = 11.547 \angle 0^\circ$ kV, $\bar{U}_B = 11.085 \angle -120^\circ$ kV y $\bar{U}_C = 12.009 \angle 117^\circ$ kV, son:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_{0H} \\ \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{2H} \end{bmatrix} (\text{kV}) = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_A \\ \bar{U}_B \\ \bar{U}_C \end{bmatrix} (\text{kV}) = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11.547 \angle 0^\circ \\ 11.085 \angle -120^\circ \\ 12.009 \angle 117^\circ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.41038 \angle 63.334^\circ \\ 11.543 \angle -1.040^\circ \\ 0.23802 \angle -138.65^\circ \end{bmatrix} \text{ kV}$$

donde $a = 1 \angle 120^\circ$ y $a^2 = 1 \angle -120^\circ$.

En valores por unidad:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_{0H} \\ \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{2H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{U}_{0H} \\ \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{2H} \end{bmatrix} (\text{kV}) \cdot \frac{1}{U_{bH} (\text{kV})} = \begin{bmatrix} 0.41038 \angle 63.334^\circ \\ 11.543 \angle -1.0410^\circ \\ 0.23802 \angle -138.65^\circ \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{11.547} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0.035540 \angle 63.334^\circ \\ 0.99969 \angle -1.040^\circ \\ 0.020613 \angle -138.65^\circ \end{bmatrix} \text{ pu}$$

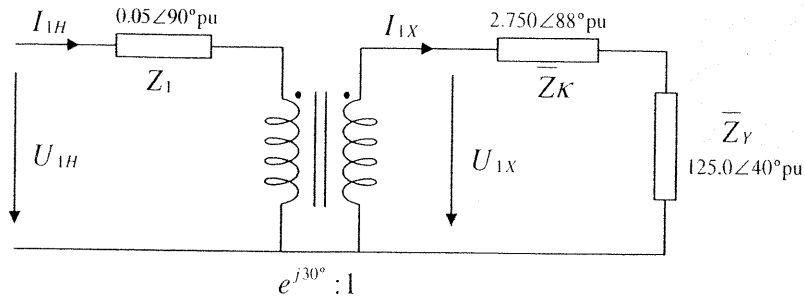


Figura 2.50. Red de secuencia directa para el sistema de energía eléctrica del problema 2.8

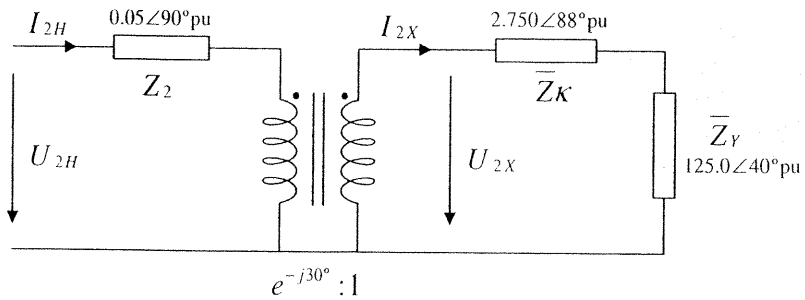


Figura 2.51. Red de secuencia inversa para el sistema de energía eléctrica del problema 2.8

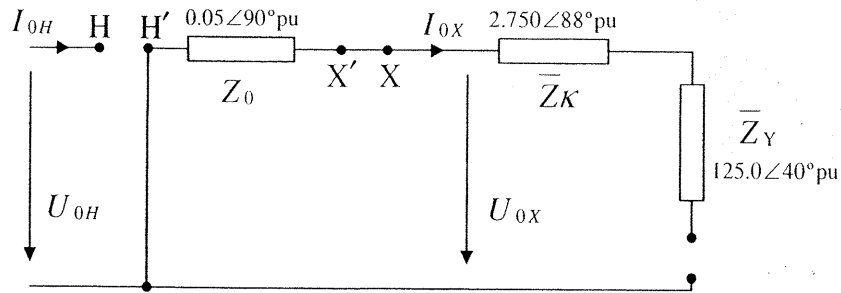


Figura 2.52. Red de secuencia homopolar para el sistema de energía eléctrica del problema 2.8

Por tanto, teniendo en cuenta que las impedancias tienen el mismo valor en pu a un lado y otro de un transformador de desplazamiento de fase, de la red de secuencia directa de la Figura 2.50 se obtiene que la impedancia en pu considerada desde el lado H es:

$$\bar{Z}_1 + \bar{Z}_K + \bar{Z}_Y = 95.852 + j83.147 \text{ pu} = 126.89 \angle 40.940^\circ \text{ pu}$$

y en consecuencia, la componente de secuencia directa del sistema de intensidades desequilibradas que circula por los devanados de tensión más elevada del banco trifásico es:

$$\bar{I}_{1H} = \frac{\bar{U}_{1H}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_K + \bar{Z}_Y} = \frac{0.99969 \angle -1.040^\circ}{126.89 \angle 40.940^\circ} = 0.0078784 \angle -41.980^\circ \text{ pu}$$

La intensidad (como la tensión) es modificada en su fase por el transformador de desplazamiento de fase; por tanto la correspondiente componente simétrica básica, de secuencia directa, que circula por los devanados de menor tensión del banco trifásico es:

$$\bar{I}_{1X} = \frac{\bar{I}_{1H}}{e^{j30^\circ}} = \frac{0.0078784 \angle -41.980^\circ}{1 \angle 30^\circ} = 0.0078784 \angle -71.980^\circ \text{ pu}$$

Del mismo modo, de la red de secuencia inversa de la Figura 2.51 se obtiene que la impedancia en pu considerada desde el lado *H* es:

$$\bar{Z}_2 + \bar{Z}_K + \bar{Z}_Y = 95.852 + j83.147 \text{ pu} = 126.89 \angle 40.940^\circ \text{ pu}$$

y la componente simétrica básica de secuencia inversa en los devanados de tensión más elevada del sistema es:

$$\bar{I}_{2H} = \frac{\bar{U}_{2H}}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_K + \bar{Z}_Y} = \frac{0.020613 \angle -138.65^\circ}{126.89 \angle 40.940^\circ} = 0.00016245 \angle -179.59^\circ \text{ pu}$$

Y en los devanados de menor tensión:

$$\bar{I}_{2X} = \frac{\bar{I}_{2H}}{e^{-j30^\circ}} = \frac{0.00016245 \angle -179.59^\circ \text{ pu}}{1 \angle -30^\circ \text{ pu}} = 0.00016245 \angle -149.59^\circ \text{ pu}$$

Finalmente, de la red de secuencia homopolar de la Figura 2.52 se comprueba que las componentes de secuencia homopolar de ambas zonas (*H* y *X*) son nulas. De esta manera, $\bar{I}_{0H} = 0$ e $\bar{I}_{0X} = 0$.

Así, las intensidades desequilibradas que circulan por las fases en el lado de menor tensión del banco de transformación trifásico, a partir de sus componentes simétricas y en por unidad, son:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{0X} \\ \bar{I}_{1X} \\ \bar{I}_{2X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0078784 \angle -71.980^\circ \\ 0.00016245 \angle -149.59^\circ \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0.0079149 \angle -73.129^\circ \\ 0.0077238 \angle 168.38^\circ \\ 0.0079917 \angle 48.804^\circ \end{bmatrix} \text{ pu} \end{aligned}$$

donde $a = 1 \angle 120^\circ$ y $a^2 = 1 \angle -120^\circ$.

Entonces, estas intensidades son:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} (\text{A}) &= \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} \cdot I_{bX} (\text{A}) = \begin{bmatrix} 0.0079149 \angle -73.129^\circ \\ 0.0077238 \angle 168.38^\circ \\ 0.0079917 \angle 48.804^\circ \end{bmatrix} \cdot 721.69 = \\ &= \begin{bmatrix} 5.7121 \angle -73.129^\circ \\ 5.5741 \angle 168.38^\circ \\ 5.7729 \angle 48.804^\circ \end{bmatrix} \text{ A} \end{aligned}$$

- 2.9 Se dispone de un transformador de tres devanados (transformador de un solo núcleo), en cuya placa de características figuran los siguientes valores nominales: primario $S_{np} = 150 \text{ MVA}$ y $U_{np} = 20 \text{ kV}$, secundario $S_{ns} = 150 \text{ MVA}$ y $U_{ns} = 127 \text{ kV}$ y terciario $S_{nt} = 50 \text{ MVA}$ y $U_{nt} = 7.85 \text{ kV}$.

Determinar el circuito equivalente aproximado del transformador de tres devanados con valores en por unidad (usando como bases los valores nominales del devanado primario). Las reactancias de cortocircuito, obtenidas de los ensayos de cortocircuito del transformador de tres devanados, son:

Reactancia primario-secundario (X_{ccps}) de 14 % respecto a 150 MVA y 20 kV.

Reactancia primario-terciario (X_{ccpt}) de 12 % respecto a 50 MVA y 20 kV.

Reactancia secundario-terciario (X_{ccst}) de 10 % respecto a 50 MVA y 127 kV.

RESOLUCIÓN.

Seleccionamos adecuadamente la potencia base del transformador y las tensiones base para cada devanado, según las recomendaciones del Apartado 2.6. Así:

$$S_b = S_{np} = 150 \text{ MVA} \quad \text{y} \quad U_{bp} = 20 \text{ kV}, \quad U_{bs} = 127 \text{ kV}, \quad U_{bt} = 7.85 \text{ kV}$$

El siguiente paso es recalcular los datos del enunciado del problema según estos valores base comunes seleccionados, esto es, los valores X_{ps} , X_{pt} y X_{st} de las reactancias de los ensayos de cortocircuito. Así, las reactancias (en pu) buscadas, respecto a los valores base seleccionados para la resolución del problema, son:

$$X_{ps} = X_{ccps} \cdot \left(\frac{U_{np}}{U_{bp}} \right)^2 \cdot \frac{S_b}{S_{ns}} = X_{ccps} \cdot \frac{S_b}{S_{ns}} = 0.14 \cdot \frac{150}{150} = 0.140 \text{ pu}$$

$$X_{pt} = X_{ccpt} \cdot \left(\frac{U_{np}}{U_{bp}} \right)^2 \cdot \frac{S_b}{S_{nt}} = X_{ccpt} \cdot \frac{S_b}{S_{nt}} = 0.12 \cdot \frac{150}{50} = 0.360 \text{ pu}$$

$$X_{st} = X_{ccst} \cdot \left(\frac{U_{ns}}{U_{bs}} \right)^2 \cdot \frac{S_b}{S_{nt}} = X_{ccst} \cdot \frac{S_b}{S_{nt}} = 0.10 \cdot \frac{150}{50} = 0.300 \text{ pu}$$

Definimos ahora $\bar{Z}_{ps} = jX_{ps}$, $\bar{Z}_{pt} = jX_{pt}$ y $\bar{Z}_{st} = jX_{st}$.

Teniendo los valores calculados, se pueden evaluar las impedancias equivalentes en pu de cada devanado (primario, secundario y terciario, que denominaremos \bar{Z}_p , \bar{Z}_s y \bar{Z}_t) a partir de las obtenidas en los ensayos de cortocircuito. Puesto que se cumple (de forma aproximada) que:

$$\bar{Z}_{ps} = \bar{Z}_p + \bar{Z}_s, \quad \bar{Z}_{pt} = \bar{Z}_p + \bar{Z}_t, \quad \bar{Z}_{st} = \bar{Z}_s + \bar{Z}_t$$

resulta que las impedancias equivalentes en pu, \bar{Z}_p , \bar{Z}_s y \bar{Z}_t , para cada uno de los devanados del transformador de tres devanados, son:

$$\bar{Z}_p = \frac{1}{2} (\bar{Z}_{ps} + \bar{Z}_{pt} - \bar{Z}_{st}), \quad \bar{Z}_s = \frac{1}{2} (\bar{Z}_{ps} + \bar{Z}_{st} - \bar{Z}_{pt}), \quad \bar{Z}_t = \frac{1}{2} (\bar{Z}_{pt} + \bar{Z}_{st} - \bar{Z}_{ps})$$

En nuestro caso, en valores por unidad:

$$\bar{Z}_p = \frac{1}{2} (\bar{Z}_{ps} + \bar{Z}_{pt} - \bar{Z}_{st}) = \frac{1}{2} (j0.140 + j0.360 - j0.300) = j0.100 \text{ pu}$$

$$\bar{Z}_s = \frac{1}{2} (\bar{Z}_{ps} + \bar{Z}_{st} - \bar{Z}_{pt}) = \frac{1}{2} (j0.140 + j0.300 - j0.360) = j0.040 \text{ pu}$$

$$\bar{Z}_t = \frac{1}{2} (\bar{Z}_{pt} + \bar{Z}_{st} - \bar{Z}_{ps}) = \frac{1}{2} (j0.360 + j0.300 - j0.140) = j0.260 \text{ pu}$$

y en consecuencia, el circuito equivalente aproximado en pu del transformador de tres devanados se representa en la Figura 2.53.

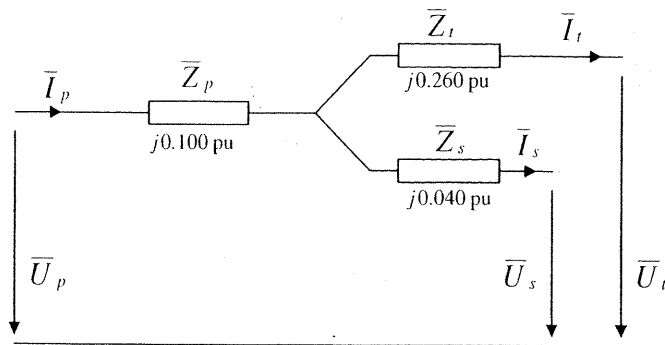


Figura 2.53. Circuito equivalente aproximado en pu del transformador de tres devanados del problema 2.9

► **2.10** Se utilizan tres transformadores idénticos al del problema 2.9, en un banco trifásico de transformación de tres devanados, conectados sus devanados homólogos (de mayor a menor tensión nominal) mediante el modo de conexión YNd1lyn0.

Determinar los circuitos de secuencia aproximados del banco trifásico usando valores en por unidad, sabiendo que el neutro de los devanados de tensión más elevada está sólidamente conectado a tierra, mien-

tras que el neutro de los devanados de menor tensión está conectado a tierra a través de una impedancia de valor $j10 \Omega$.

RESOLUCIÓN.

Seleccionamos adecuadamente los valores base. Así, siendo H el lado de mayor tensión nominal, Y el lado de tensión nominal intermedia y X el lado de menor tensión nominal, se tiene:

$$S_b = 150 \text{ MVA}, \quad U_{bH} = 127 \text{ kV}, \quad U_{bY} = 20/\sqrt{3} = 11.547 \text{ kV}, \quad U_{bX} = 7.85 \text{ kV}$$

El resto de valores base de intensidades e impedancias para los tres grupos de devanados de diferentes niveles de tensión son:

$$\begin{aligned} I_{bH} &= \frac{S_b}{U_{bH}} = 1.1811 \text{ kA} & I_{bY} &= \frac{S_b}{U_{bY}} = 12.990 \text{ kA} & I_{bX} &= \frac{S_b}{U_{bX}} = 19.108 \text{ kA} \\ Z_{bH} &= \frac{U_{bH}^2}{S_b} = 107.53 \Omega & Z_{bY} &= \frac{U_{bY}^2}{S_b} = 0.88889 \Omega & Z_{bX} &= \frac{U_{bX}^2}{S_b} = 0.41082 \Omega \end{aligned}$$

Las impedancias (en valor por unidad) de secuencia directa, de secuencia inversa y de secuencia homopolar del banco trifásico de tres devanados se corresponden con los valores calculados en el problema anterior (donde el primario es ahora el lado Y , el secundario es el lado H y el terciario es el lado X).

En consecuencia: $\bar{Z}_{1H} = \bar{Z}_{2H} = \bar{Z}_{0H} = j0.040 \text{ pu} = 0.040 \angle 90^\circ \text{ pu}$ (en los devanados del lado H , de mayor tensión), $\bar{Z}_{1Y} = \bar{Z}_{2Y} = \bar{Z}_{0Y} = j0.100 \text{ pu} = 0.100 \angle 90^\circ \text{ pu}$ (en los devanados de tensión intermedia, lado Y , conectados en triángulo), y $\bar{Z}_{1X} = \bar{Z}_{2X} = \bar{Z}_{0X} = j0.260 \text{ pu} = 0.260 \angle 90^\circ \text{ pu}$ (en los devanados de tensión menor, lado X).

El índice horario h en la transformación del lado H al lado Y es igual a 11, por lo que el desfase entre las tensiones de los devanados homólogos del lado de tensión más elevada (lado H) y el lado de tensión intermedia (lado Y) es $\phi = h \cdot 30^\circ = 11 \cdot 30^\circ = 330^\circ$.

Por último, para contemplar todos los elementos de la red de secuencia homopolar del banco trifásico de tres devanados, hay que mencionar que el neutro del lado H está conectado sólidamente a tierra, sin impedancia de puesta a tierra ($\bar{Z}_N = 0$). Por otro lado, el devanado del lado Y está conectado en triángulo. Finalmente, el devanado del lado X tiene conectado su neutro a tierra a través de una reactancia de valor 10Ω que, en por unidad, es $\bar{Z}_n = j10/0.41082 = 24.342 \angle 90^\circ \text{ pu}$, y que estará representada en el circuito de secuencia homopolar por una impedancia tres veces mayor, es decir:

$$3\bar{Z}_n = 3 \cdot 24.342 \angle 90^\circ = 73.025 \angle 90^\circ \text{ pu}$$

De esta forma, los circuitos aproximados de secuencia directa, inversa y homopolar, con valores en por unidad, del banco trifásico de transformación de tres devanados, están representadas respectivamente en las Figuras 2.54, 2.55 y 2.56.

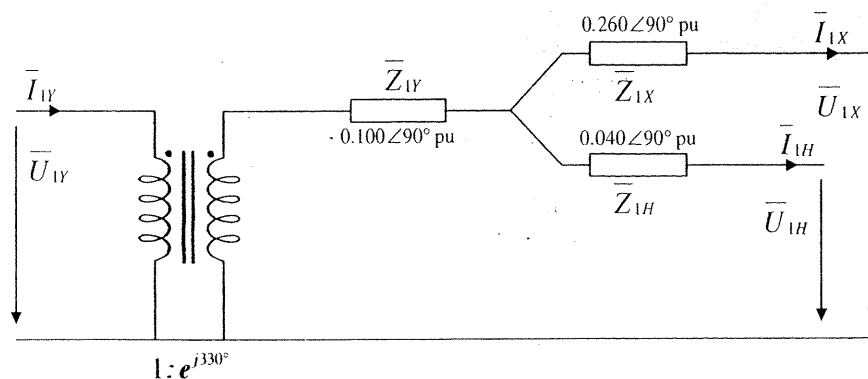


Figura 2.54. Circuito aproximado de secuencia directa en pu para el problema 2.10

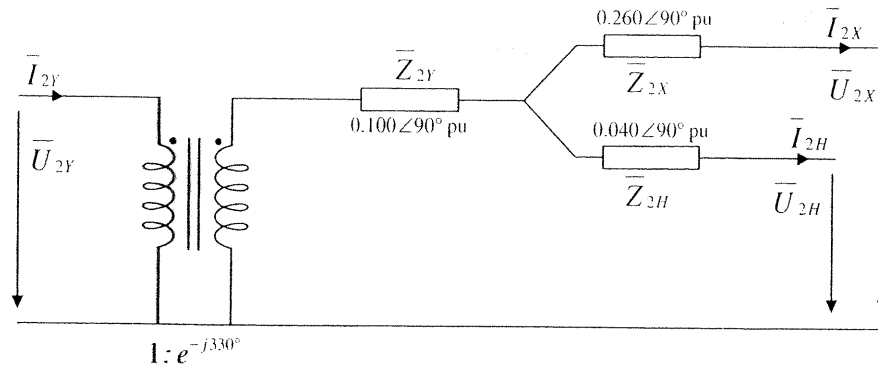


Figura 2.55. Circuito aproximado de secuencia inversa en pu para el problema 2.10

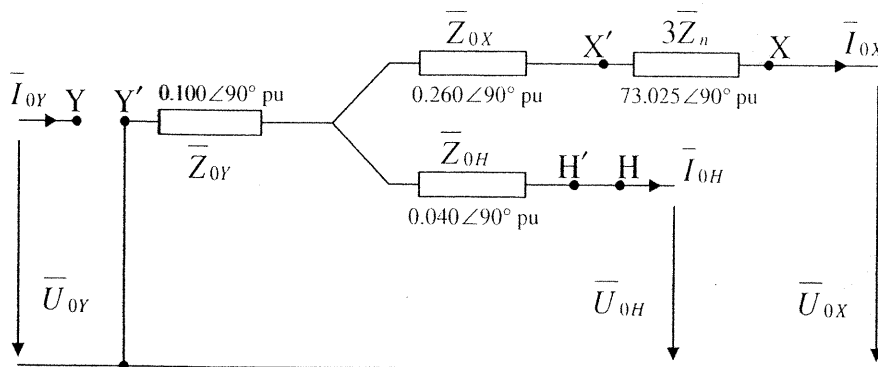


Figura 2.56. Circuito aproximado de secuencia homopolar en pu para el problema 2.10

► **2.11** Considérese un transformador trifásico de regulación (de dos devanados), de 1 200 MVA, 400/20 kV, reactancia de cortocircuito (de secuencia directa) del 15 %, con modo de conexión YNyn0. En sus devanados de tensión más elevada se puede realizar la regulación del módulo de tensión en $\pm 2.5\%$ y $\pm 5\%$ de la tensión nominal. Determinar el circuito equivalente aproximado (de secuencia directa), con valores en por unidad, del transformador (y la correspondiente matriz de admitancias de nudo) para los siguientes casos: a) sin regulación; b) regulación -2.5% ; c) regulación $+5\%$.

RESOLUCIÓN.

Se seleccionan las bases siguientes: $S_b = 1\,200/3 = 400.0$ MVA, $U_{bH} = 400/\sqrt{3} = 230.94$ kV y $U_{bX} = 20/\sqrt{3} = 11.547$ kV.

Al seleccionar como bases los valores nominales del transformador: $\bar{Z}_1 = j0.15$ pu = $0.15 \angle 90^\circ$ pu e $\bar{Y}_1 = \frac{1}{\bar{Z}_1} = \frac{1}{0.15 \angle 90^\circ} = 6.6667 \angle -90^\circ$ pu.

El modo de conexión (YNyn0, índice horario nulo) no introduce desfases entre el lado H y el lado X.

Caso a). Sin regulación, el circuito aproximado de secuencia directa en valores por unidad se presenta en la Figura 2.57.

En la Figura 2.57 se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1H} \\ -\bar{I}_{1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_1 & -\bar{Y}_1 \\ -\bar{Y}_1 & \bar{Y}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix}$$

expresión que contiene la matriz de admitancias, correspondiente al circuito equivalente aproximado en pu. Así:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1H} \\ -\bar{I}_{1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.6667 \angle -90^\circ & 6.6667 \angle 90^\circ \\ 6.6667 \angle 90^\circ & 6.6667 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix}$$

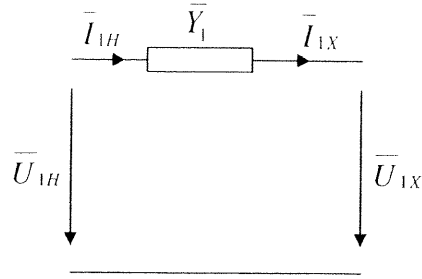


Figura 2.57. Circuito aproximado de secuencia directa en pu del transformador del problema 2.11, sin regulación

Caso b). La regulación del módulo de tensión con tomas en el lado H conduce a incluir (en el lado H) un elemento (transformador) ideal con una relación de transformación $a_t : 1$ (siendo a_t un número real) que tiene en cuenta la regulación, mientras la admitancia \bar{Y}_1 del transformador queda en el lado X . Así, con regulación -2.5% resulta $a_t = 1 - 0.025 = 0.975$, siendo el circuito aproximado de secuencia directa el de la Figura 2.58.

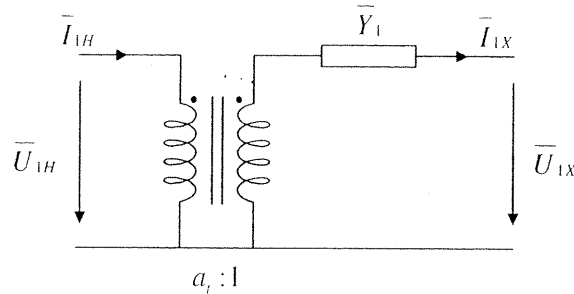


Figura 2.58. Circuito aproximado de secuencia directa en pu del transformador del problema 2.11, con regulación

En la Figura 2.58 se tiene:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1H} \\ -\bar{I}_{1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_t^2} \cdot \bar{Y}_1 & -\frac{1}{a_t} \cdot \bar{Y}_1 \\ -\frac{1}{a_t} \cdot \bar{Y}_1 & \bar{Y}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix}$$

expresión que contiene la matriz de admitancias correspondiente al circuito aproximado en pu.

Para $a_t = 0.975$, resulta:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1H} \\ -\bar{I}_{1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.0129 \angle -90^\circ & 6.8376 \angle 90^\circ \\ 6.8376 \angle 90^\circ & 6.6667 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix}$$

Obsérvese que un cuadripolo (en pu) equivalente al circuito de la Figura 2.58, y que responde a la anterior expresión matricial, es el representado en la Figura 2.59.

Para $a_t = 0.975$ este cuadripolo equivalente tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{Y}_1}{a_t} &= \frac{6.6667 \angle -90^\circ}{0.975} = 6.8376 \angle -90^\circ \text{ pu} \\ \bar{Y}_1 \cdot \left(\frac{1 - a_t}{a_t^2} \right) &= 6.6667 \angle -90^\circ \cdot \left(\frac{1 - 0.975}{0.975^2} \right) = 0.17532 \angle -90^\circ \text{ pu} \\ \bar{Y}_1 \cdot \left(\frac{a_t - 1}{a_t} \right) &= 6.6667 \angle -90^\circ \cdot \left(\frac{0.975 - 1}{0.975} \right) = 0.17094 \angle 90^\circ \text{ pu} \end{aligned}$$

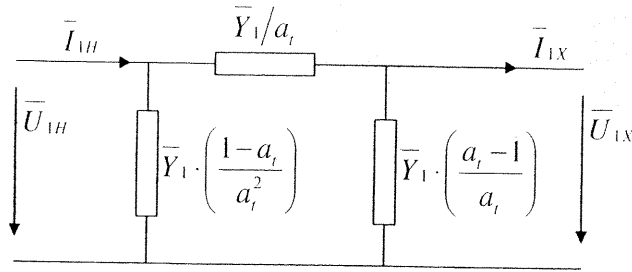


Figura 2.59. Cuadripolo (en pu) equivalente al circuito aproximado de secuencia directa en pu de la Figura 2.58

Caso c). Con regulación +5% se tiene $a_t = 1 + 0.05 = 1.05$ y el circuito equivalente aproximado en pu, que se corresponde con esta situación de regulación, es el de la Figura 2.58, con $a_t = 1.05$; además, para este caso se tiene:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1H} \\ -\bar{I}_{1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1.05^2} \cdot \bar{Y}_1 & -\frac{1}{1.05} \cdot \bar{Y}_1 \\ -\frac{1}{1.05} \cdot \bar{Y}_1 & \bar{Y}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix}$$

Por tanto:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1H} \\ -\bar{I}_{1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.0469 \angle -90^\circ & 6.3492 \angle 90^\circ \\ 6.3492 \angle 90^\circ & 6.6667 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix}$$

Obsérvese que el cuadripolo equivalente en pu, para este caso c), es el de la Figura 2.59, donde:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{Y}_1}{a_t} &= \frac{6.6667 \angle -90^\circ}{1.05} = 6.3492 \angle -90^\circ \text{ pu} \\ \bar{Y}_1 \cdot \left(\frac{1-a_t}{a_t^2} \right) &= 6.6667 \angle -90^\circ \cdot \left(\frac{1-1.05}{1.05^2} \right) = 0.30234 \angle 90^\circ \text{ pu} \\ \bar{Y}_1 \cdot \left(\frac{a_t-1}{a_t} \right) &= 6.6667 \angle -90^\circ \cdot \left(\frac{1.05-1}{1.05} \right) = 0.31746 \angle -90^\circ \text{ pu} \end{aligned}$$

- **2.12** Dos transformadores T1 y T2 (éste último, de regulación del módulo de tensión) están conectados en paralelo formando un sistema de energía eléctrica. Presentan, respectivamente, unas impedancias de secuencia directa de valor $j0.16 \text{ pu}$ y $j0.18 \text{ pu}$ según unas determinadas bases de potencia y tensión. Determinar, en el circuito de secuencia directa en pu del sistema de energía eléctrica, los valores de potencia activa y reactiva, en por unidad, que circulan por cada transformador cuando el sistema de energía eléctrica alimenta una carga cuya impedancia es de $1 \angle 35^\circ \text{ pu}$ a una tensión de $1 \angle 0^\circ \text{ pu}$ (siempre en las mismas bases de potencia y tensión anteriormente citadas), para los siguientes casos: a) sin regulación; b) con regulación de +2.5% y c) con regulación de -5%.

RESOLUCIÓN.

Caso a). Sin regulación, la red de secuencia directa en valores por unidad se presenta en la Figura 2.60.

De los datos del enunciado del problema y su relación con la Figura 2.60, se obtiene:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{1X} &= \frac{\bar{U}_{1X}}{\bar{Z}_L} = \frac{1 \angle 0^\circ}{1 \angle 35^\circ} = 1 \angle -35^\circ \text{ pu} = \bar{I}_{1H} \\ \bar{Y}_{T1} &= \frac{1}{\bar{Z}_{T1}} = \frac{1}{0.16 \angle 90^\circ} = 6.250 \angle -90^\circ \text{ pu} \\ \bar{Y}_{T2} &= \frac{1}{\bar{Z}_{T2}} = \frac{1}{0.18 \angle 90^\circ} = 5.5556 \angle -90^\circ \text{ pu} \end{aligned}$$

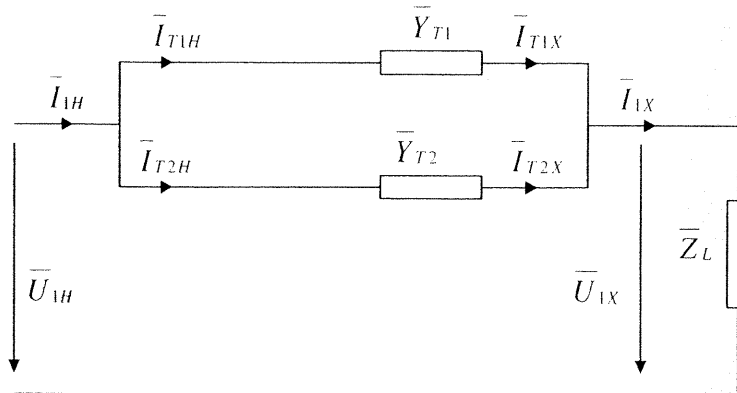


Figura 2.60. Red de secuencia directa en pu del sistema de energía eléctrica del problema 2.12, sin regulación

De donde:

$$\bar{I}_{T1X} = \frac{\bar{Y}_{T1}}{\bar{Y}_{T1} + \bar{Y}_{T2}} \cdot \bar{I}_{1X} = \frac{6.250 \angle -90^\circ}{11.8056 \angle -90^\circ} \cdot 1 \angle -35^\circ = 0.52941 \angle -35^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{I}_{T2X} = \frac{\bar{Y}_{T2}}{\bar{Y}_{T1} + \bar{Y}_{T2}} \cdot \bar{I}_{1X} = \frac{5.5556 \angle -90^\circ \text{ pu}}{11.8056 \angle -90^\circ \text{ pu}} \cdot 1 \angle -35^\circ \text{ pu} = 0.47059 \angle -35^\circ \text{ pu}$$

Y por tanto, por cada transformador circulan las siguientes potencias activas (P_{T1} y P_{T2}) y potencias reactivas (Q_{T1} y Q_{T2}):

$$\bar{S}_{T1} = \bar{U}_{1X} \cdot \bar{I}_{T1X}^* = 1 \angle 0^\circ \cdot 0.52941 \angle 35^\circ = 0.52941 \angle 35^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{S}_{T1} = P_{T1} + jQ_{T1} = 0.43367 + j0.30366 \text{ pu}$$

$$\bar{S}_{T2} = \bar{U}_{1X} \cdot \bar{I}_{T2X}^* = 1 \angle 0^\circ \cdot 0.47059 \angle 35^\circ = 0.47059 \angle 35^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{S}_{T2} = P_{T2} + jQ_{T2} = 0.38548 + j0.26992 \text{ pu}$$

Caso b). Con regulación de +2.5 %, la red de secuencia directa en valores por unidad se presenta en la Figura 2.61, en el que interviene el circuito aproximado de secuencia directa del transformador de regulación.

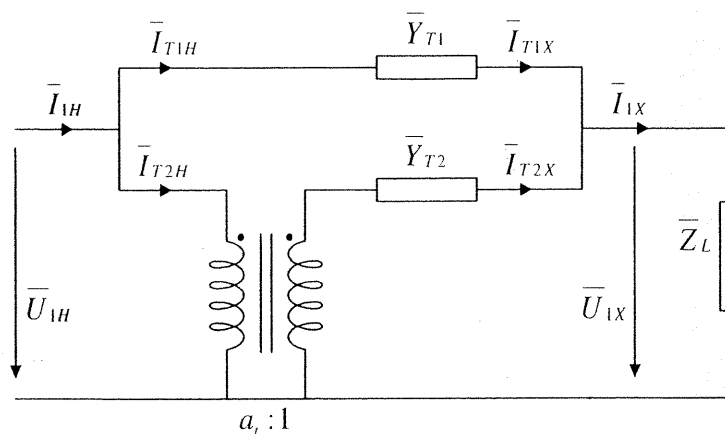


Figura 2.61. Red de secuencia directa en pu del sistema de energía eléctrica del problema 2.12, con regulación

En el transformador T1 pueden establecerse las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{T1H} \\ -\bar{I}_{T1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{T1} & -\bar{Y}_{T1} \\ -\bar{Y}_{T1} & \bar{Y}_{T1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.250 \angle -90^\circ & 6.250 \angle 90^\circ \\ 6.250 \angle 90^\circ & 6.250 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix}$$

Y en el transformador T2, de regulación del módulo de tensiones, las ecuaciones que se establecen (con $a_t = 1 + 0.025 = 1.025$) son:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{T2H} \\ -\bar{I}_{T2X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_t^2} \cdot \bar{Y}_{T2} & -\frac{1}{a_t} \cdot \bar{Y}_{T2} \\ -\frac{1}{a_t} \cdot \bar{Y}_{T2} & \bar{Y}_{T2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.28786 \angle -90^\circ & 5.42005 \angle 90^\circ \\ 5.42005 \angle 90^\circ & 5.55556 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix}$$

Para el conjunto de los dos transformadores en paralelo (y a partir de las anteriores expresiones y de las correspondientes matrices de admitancias), se puede comprobar que se cumple:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1H} \\ -\bar{I}_{1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{T1} + \frac{1}{a_t^2} \cdot \bar{Y}_{T2} & -\bar{Y}_{T1} - \frac{1}{a_t} \cdot \bar{Y}_{T2} \\ -\bar{Y}_{T1} - \frac{1}{a_t} \cdot \bar{Y}_{T2} & \bar{Y}_{T1} + \bar{Y}_{T2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix}$$

Con los datos conocidos $\bar{I}_{1X} = 1 \angle -35^\circ$ pu y $\bar{U}_{1X} = 1 \angle 0^\circ$ pu, se resuelve este último sistema de ecuaciones. Así:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1H} \\ -1 \angle -35^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.53786 \angle -90^\circ & 11.67005 \angle 90^\circ \\ 11.67005 \angle 90^\circ & 11.80556 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ 1 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

Como resultado se tiene: $\bar{I}_{1H} = 0.98969 \angle -35.084^\circ$ pu y $\bar{U}_{1H} = 1.06308 \angle 3.786^\circ$ pu.
Y en consecuencia, en el transformador T1:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{T1H} \\ -\bar{I}_{T1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.250 \angle -90^\circ & 6.250 \angle 90^\circ \\ 6.250 \angle 90^\circ & 6.250 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.06308 \angle 3.786^\circ \\ 1.0 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

es decir, $\bar{I}_{T1H} = 0.58024 \angle -40.880^\circ$ pu = \bar{I}_{T1X} .

Y en el transformador T2:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{T2H} \\ -\bar{I}_{T2X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.28786 \angle -90^\circ & 5.42005 \angle 90^\circ \\ 5.42005 \angle 90^\circ & 5.55556 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.06308 \angle 3.786^\circ \\ 1.0 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

Como resultado se obtiene:

$$\bar{I}_{T2H} = 0.41656 \angle -26.997^\circ \text{ pu} \quad \text{e} \quad \bar{I}_{T2X} = 0.42698 \angle -26.997^\circ \text{ pu}$$

Y las potencias complejas que son transferidas a la carga a través de cada transformador resultan ser:

$$\bar{S}_{T1} = \bar{U}_{1X} \cdot \bar{I}_{T1X}^* = 1 \angle 0^\circ \cdot 0.58024 \angle 40.880^\circ = 0.58024 \angle 40.880^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{S}_{T1} = P_{T1} + jQ_{T1} = 0.43870 + j0.37975 \text{ pu}$$

$$\bar{S}_{T2} = \bar{U}_{1X} \cdot \bar{I}_{T2X}^* = 1 \angle 0^\circ \cdot 0.42698 \angle 26.997^\circ = 0.42698 \angle 26.997^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{S}_{T2} = P_{T2} + jQ_{T2} = 0.38045 + j0.19382 \text{ pu}$$

Como se ve al comparar estos resultados de potencias activas y reactivas (P_{T1} y P_{T2} , Q_{T1} y Q_{T2}) que circulan por cada transformador, con respecto a los resultados del caso a), resulta que la regulación de +2.5% en el módulo de tensión apenas modifica valores de las potencias activas (P_{T1} y P_{T2}) que se transfieren a la carga a través de los transformadores. En cambio, los valores de las potencias reactivas (Q_{T1} y Q_{T2}) se modifican apreciablemente: así, respecto al caso a), en este caso b) se reduce el valor de la potencia reactiva en el transformador de regulación T2, mientras que aumenta el valor de la potencia reactiva en el otro transformador T1.

Caso c). Con regulación de -5%, la red de secuencia directa en valores por unidad es la misma que la representada en la Figura 2.61, pero con $a_t = 1 - 0.05 = 0.95$.

En el transformador T1, se tiene, igual que en el caso b):

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{T1H} \\ -\bar{I}_{T1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{T1} & -\bar{Y}_{T1} \\ -\bar{Y}_{T1} & \bar{Y}_{T1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.250 \angle -90^\circ & 6.250 \angle 90^\circ \\ 6.250 \angle 90^\circ & 6.250 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix}$$

Y en el transformador T2 de regulación del módulo de tensiones, con $a_t = 0.95$, resulta:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{T2H} \\ -\bar{I}_{T2X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_t^2} \bar{Y}_{T2} & -\frac{1}{a_t} \bar{Y}_{T2} \\ -\frac{1}{a_t} \bar{Y}_{T2} & \bar{Y}_{T2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.15574 \angle -90^\circ & 5.84795 \angle 90^\circ \\ 5.84795 \angle 90^\circ & 5.55556 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ \bar{U}_{1X} \end{bmatrix}$$

Con los mismos datos $\bar{I}_{1X} = 1 \angle -35^\circ$ pu y $\bar{U}_{1X} = 1 \angle 0^\circ$ pu, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1H} \\ -1 \angle -35^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.40574 \angle -90^\circ & 12.09795 \angle 90^\circ \\ 12.09795 \angle 90^\circ & 11.80556 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_{1H} \\ 1 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

Como resultado se obtiene:

$$\bar{I}_{1H} = 1.03002 \angle -35.362^\circ \text{ pu} \quad \text{y} \quad \bar{U}_{1H} = 1.02548 \angle 3.786^\circ \text{ pu}$$

Y en consecuencia, en el transformador T1:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{T1H} \\ -\bar{I}_{T1X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.250 \angle -90^\circ & 6.250 \angle 90^\circ \\ 6.250 \angle 90^\circ & 6.250 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.02548 \angle 3.786^\circ \\ 1.0 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

lo que da como resultado, $\bar{I}_{T1H} = 0.44742 \angle -18.945^\circ$ pu $\equiv \bar{I}_{T1X}$.

Y en el transformador T2 se cumple:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{T2H} \\ -\bar{I}_{T2X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.15574 \angle -90^\circ & 5.84795 \angle 90^\circ \\ 5.84795 \angle 90^\circ & 5.55556 \angle -90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.02548 \angle 3.786^\circ \\ 1.0 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

Por lo que $\bar{I}_{T2H} = 0.61400 \angle -47.248^\circ$ pu e $\bar{I}_{T2X} = 0.58330 \angle -47.248^\circ$ pu.

Y las potencias complejas que cada transformador suministra a la carga son, por consiguiente:

$$\bar{S}_{T1} = \bar{U}_{1X} \cdot \bar{I}_{T1X}^* = 1 \angle 0^\circ \cdot 0.44742 \angle 18.945^\circ = 0.44742 \angle 18.945^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{S}_{T1} = P_{T1} + jQ_{T1} = 0.42319 + j0.14526 \text{ pu}$$

$$\bar{S}_{T2} = \bar{U}_{1X} \cdot \bar{I}_{T2X}^* = 1 \angle 0^\circ \cdot 0.58330 \angle 47.248^\circ = 0.58330 \angle 47.248^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{S}_{T2} = P_{T2} + jQ_{T2} = 0.39596 + j0.42831 \text{ pu}$$

Al comparar los resultados con los de los anteriores casos, se comprueba que la regulación de -5% en el módulo de tensión apenas modifica los valores de las potencias activas (P_{T1} y P_{T2}) que se suministran a la carga con los transformadores, mientras que los valores de las potencias reactivas (Q_{T1} y Q_{T2}) se modifican apreciablemente: así, respecto al caso a), en este caso c) se aumenta el valor de la potencia reactiva en el transformador de regulación T2, mientras que disminuye el valor de la potencia reactiva en el otro transformador T1.

► 2.13 El sistema de energía eléctrica de la Figura 2.62 está formado por un generador síncrono trifásico cuyos valores nominales son 25 MVA y 13.2 kV. Su reactancia síncrona (de secuencia directa) es 1.02 pu y sus reactancias de secuencia inversa y de secuencia homopolar son $j0.46$ pu y $j0.15$ pu respectivamente, todas ellas expresadas en pu respecto a los valores nominales, antes citados, del generador. Los devanados del estator están conectados en estrella con su neutro sólidamente conectado a tierra. Dicho generador trabaja con tensiones equilibradas de secuencia directa.

El transformador trifásico tiene las siguientes características: 30 MVA, 66/13.2 kV, Dyn11 con neutro sólidamente conectado a tierra; reactancia de secuencia directa de valor $j0.10$ pu, igual a la de secuencia inversa, y la reactancia de secuencia homopolar de valor $j0.08$ pu; todas estas reactancias expresadas en pu respecto a los valores nominales del transformador antes mencionados.

La carga trifásica equilibrada, que está conectada en triángulo al devanado de tensión más elevada del transformador, tiene iguales sus impedancias de secuencia directa, inversa y homopolar.

Determinar las redes de secuencia del sistema de energía eléctrica. Calcular la tensión que proporciona el generador (o lo que es lo mismo, la tensión en el lado de menor tensión del transformador) cuando el sistema de energía eléctrica, en régimen permanente equilibrado (con simetría), alimenta (con tensiones equilibradas de secuencia directa) a la carga trifásica equilibrada, que consume 18 MW a 64.2 kV con un factor de potencia 0.86 inductivo.

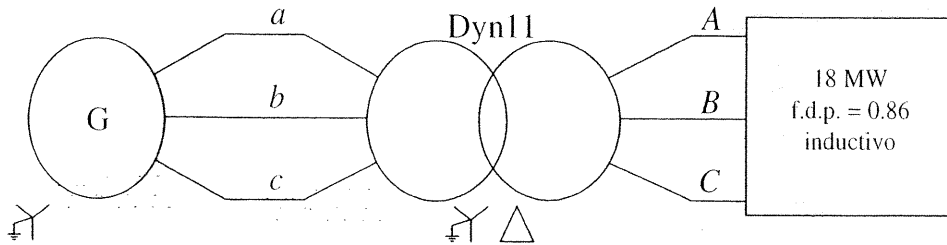


Figura 2.62. Sistema de energía eléctrica del problema 2.13

RESOLUCIÓN.

Se eligen las bases del sistema, teniendo en cuenta las distintas zonas que determina el transformador, según se representa en la Figura 2.63.

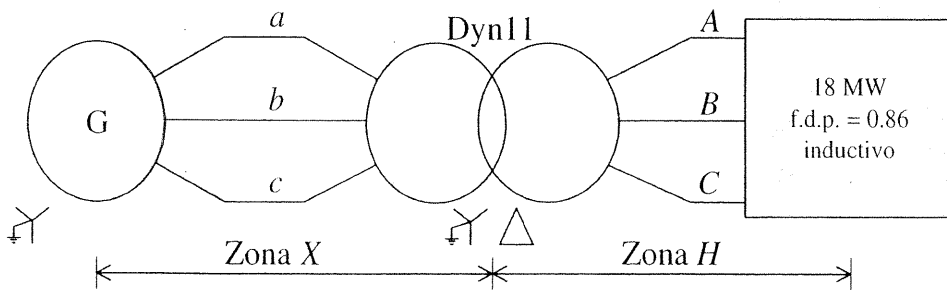


Figura 2.63. Zonas para el sistema de energía eléctrica del problema 2.13

De forma natural, se eligen los valores base de acuerdo a los valores nominales del transformador. Así, la potencia base es $S_b = 30/3 = 10.0$ MVA, para las dos zonas, H y X . Seleccionando adecuadamente los valores de tensiones bases para las zonas H y X , resulta:

$$U_{bH} = 66/\sqrt{3} = 38.105 \text{ kV} \quad \text{y} \quad U_{bX} = 13.2/\sqrt{3} = 7.621 \text{ kV}$$

Por tanto:

$$I_{bH} = \frac{S_b}{U_{bH}} = 262.43 \text{ A} \quad I_{bX} = \frac{S_b}{U_{bX}} = 1.3122 \text{ kA}$$

$$Z_{bH} = \frac{U_{bH}^2}{S_b} = 145.20 \text{ } \Omega \quad Z_{bX} = \frac{U_{bX}^2}{S_b} = 5.8080 \text{ } \Omega$$

Para el transformador trifásico, los valores en por unidad de sus impedancias son:

$$\bar{Z}_{1T} = \bar{Z}_{2T} = j0.10 \text{ pu} = 0.10 \angle 90^\circ \text{ pu} \quad \text{y} \quad \bar{Z}_{0T} = j0.08 \text{ pu} = 0.08 \angle 90^\circ \text{ pu}$$

El índice horario h es igual a 11, por lo que el desfase en tensiones (y también en intensidades) entre el lado H del devanado de tensión más elevada y el lado X del devanado de menor tensión es $\phi = h \cdot 30^\circ = 11 \cdot 30^\circ = 330^\circ$.

Y para el generador (realizando un adecuado cambio de base), se tiene:

$$\bar{Z}_{1G} = j1.02 \cdot \frac{30/3}{25/3} = 1.2240 \angle 90^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Z}_{2G} = j0.46 \cdot \frac{30/3}{25/3} = 0.5520 \angle 90^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Z}_{0G} = j0.15 \cdot \frac{30/3}{25/3} = 0.180 \angle 90^\circ \text{ pu}$$

La potencia trifásica consumida por la carga conectada en triángulo se emplea a la hora de calcular sus impedancias de secuencia en pu (directa, inversa y homopolar), que según el enunciado del problema son todas iguales. Así, tomando como origen de desfases el argumento del fasor $\bar{U}_{1H} \text{ (kV)} = 64.2 \angle 0^\circ / \sqrt{3} = 37.066 \angle 0^\circ \text{ kV}$ se tiene:

$$\bar{I}_{1H} \text{ (A)} = \frac{P}{U_{1H} \cdot \cos \varphi} \angle -\varphi = \frac{18 \cdot 10^6 / 3 \text{ (W)}}{37.066 \cdot 10^3 \text{ (V)} \cdot 0.86} \angle -\arccos 0.86 = 188.23 \angle -30.683^\circ \text{ A}$$

En consecuencia, las impedancias de secuencia directa, inversa y homopolar de la carga, en valor por unidad, son:

$$\bar{Z}_{1L} = \bar{Z}_{2L} = \bar{Z}_{0L} = \frac{\bar{U}_{1H}}{\bar{I}_{1H}} \cdot \frac{1}{Z_{bH}} = \frac{37.066 \cdot 10^3 \angle 0^\circ \text{ (V)}}{188.23 \angle -30.683^\circ \text{ (A)}} \cdot \frac{1}{145.20 \text{ (\Omega)}} = 1.3562 \angle 30.683^\circ \text{ pu}$$

Por lo tanto, las redes de secuencia directa, inversa y homopolar del sistema de energía eléctrica en valores por unidad se representan respectivamente las Figuras 2.64, 2.65 y 2.66.

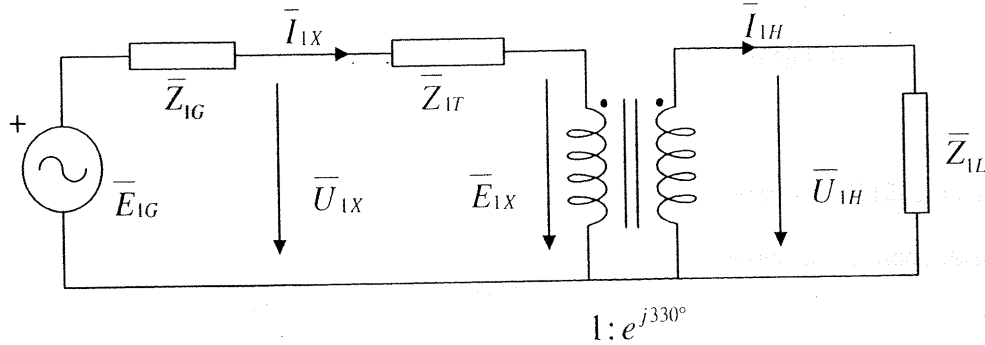


Figura 2.64. Red de secuencia directa en pu para el sistema del problema 2.13

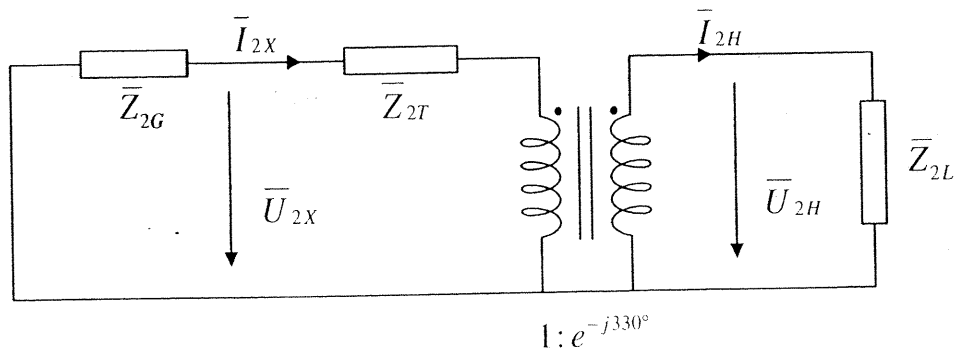


Figura 2.65. Red de secuencia inversa en pu para el sistema del problema 2.13